Bas C. van Fraassen

INTRODUCCION A LA FILOSOFIA DEL TIEMPO Y DEL ESPACIO

EDITORIAL LABOR, S. A.
BARCELONA
1978

Traducción de
Juan-Pedro Acordagoicoechea Goicoechea

Primera edición: noviembre, 1978

Título de la edición original:
AN INTRODUCTION TO THE PHILOSOPHY
OF TIME AND SPACE

© Random House, Inc., Nueva York (1970)

© de la edición en lengua castellana y de la traducción:
EDITORIAL LABOR, S. A.
Calabria, 235-239 - Barcelona-29 (1978)

Depósito legal: B. 35542-1978
ISBN: 84-335-2417-8

Printed in Spain - Impreso en España

Talleres Gráficos Ibero-Americanos, S. A.
Calle H, s/n. (esq. Gran Capitán) - Sant Joan Despí (Barcelona) (1978)

PREFACIO

Este libro se basa fundamentalmente en las clases de un curso de filosofía del tiempo y del espacio para universitarios que di en la Universidad de Yale de 1966 a 1968. Puesto que los cursos de filosofía de la ciencia se programan por lo general para estudiantes de filosofía y de ciencias, no parecía aconsejable exigir amplios conocimientos en ninguno de los dos campos. Espero que el libro pueda suministrar al estudiante de filosofía algunas nociones elementales de física, y al de física algunas de filosofía. Por lo demás, pueden omitirse sin pérdida esencial de la continuidad los apartados siguientes, que tratan temas algo más especializados: capítulo III, apartados 1*d*, 3*b*; capítulo IV, apartados 2*c*-*d*, 4; capítulo V, apartados 2*c*, 4, 5; y capítulo VI, apartado 5. El resto requiere tan sólo cierta familiaridad con los conceptos básicos de las matemáticas del bachillerato.

Aunque este libro sea, por tanto, muy elemental, espero que mis colegas de filosofía lo encuentren interesante. En primer lugar, es una introducción a los importantes estudios sobre el tiempo y el espacio de Hans Reichenbach, Adolf Grünbaum y otros filósofos de la ciencia contemporáneos. He tratado, en segundo lugar, de mantener un equilibrio entre la información histórica y el análisis lógico. En las exposiciones históricas he pretendido reconstituir las opiniones y explorar sus posibilidades, más que descubrir sus imprecisiones y ambigüedades. Aunque este esfuerzo no sea de gran valor para el historiador, puede ser provechoso al estudiante de metafísica. En el análisis lógico me he servido de conceptos de la teoría lógica moderna sin utilizar sus recursos

técnicos; actualmente tienen un particular interés lógico las nociones de mundos posibles, espacios lógicos, presuposiciones (de problemas y de definiciones) y condicionales contrafácticos. El capítulo VI se basa en mi tesis doctoral sobre los fundamentos de la teoría causal del tiempo, y trata temas que son hoy habituales en las investigaciones de filosofía de la ciencia.

No parece fuera de lugar que hagamos aquí un par de observaciones sobre la cuestión desde el punto de vista filosófico. La doctrina tradicional se podría resumir así: la teoría del tiempo y del espacio forma parte de la filosofía de la naturaleza, y ésta, a su vez, es parte de la ontología; por consiguiente sólo se puede abordar el tema sobre la base de una ontología determinada. La filosofía crítica primero, y el positivismo y la fenomenología después, trataron de desautorizar este nítido esquema de prioridades filosóficas. Pero en cada uno de estos movimientos las tendencias antimetafísicas se mostraron más briosas que firmes; podemos descubrir en ambos casos una vuelta a la ontología. De hecho, algunos de los estudios actuales más sugerentes sobre el tema tienen un definido punto de vista ontológico.

No creo, sin embargo, que sea necesario empezar con compromisos ontológicos explícitos. En mi opinión, la filosofía de la ciencia alcanza su importancia central en la filosofía al ofrecer, al menos idealmente, una base común o lugar de encuentro a todas las principales escuelas filosóficas. La imagen física del mundo tiene una importancia que requiere la atención de toda filosofía que se precie. Y la clase de mundo que nos revela la física es independiente de su rango ontológico. Quizá haya que otorgarle una realidad independiente; quizá tan sólo tenga una existencia intencional dentro de las perspectivas de las mónadas individuales; quizá sea mejor caracterizarla como correlato intencional de la orientación científica. En vastas zonas de la filosofía de la ciencia nuestras inquietudes están al margen de estos problemas, y podemos «poner entre paréntesis» nuestros compromisos ontológicos. Y si no fuera por estas zonas neutrales, de problemas comunes, ¿cómo sería posible un contacto provechoso entre las diversas tradiciones filosóficas?

Por último, quisiera reconocer, agradecido, mi gran deuda para con el profesor Adolf Grünbaum, de la Universidad de Pittsburgh, que ha dirigido mi tesis doctoral, y cuyos trabajos en este campo han sido mi principal fuente de inspiración. No habría sido yo un auténtico discípulo suyo si no me hubiera apartado en algunos puntos de sus enseñanzas y de sus preocupaciones; confío, no obstante, que todas las insuficiencias de este libro se hayan originado en estas divergencias.

Con muchos otros estoy en deuda por haber leído partes del manuscrito, por la ayuda prestada con sus comentarios, o por las estimulantes conversaciones sobre temas afines; quisiera mencionar de forma especial a los profesores R. Fogelin (Universidad de Yale), A. Janis (Universidad de Pittsburgh), K. Lambert (Universidad de California en Irvine), S. Luckenbach (San Francisco Valley State College), W. Salmon (Universidad de Indiana), W. Sellars (Universidad de Pittsburgh), R. Stalnaker (Universidad de Illinois), R. Thomason (Universidad de Yale); así como a mis alumnos J. Hines y P. Kuekes.

CAPITULO PRIMERO

CUESTIONES BASICAS DE LA FILOSOFIA DEL TIEMPO Y DEL ESPACIO

En este capítulo vamos a formular los objetivos básicos de una teoría filosófica del tiempo y del espacio: los temas más importantes que hay que someter a discusión y las principales preguntas a las que hay que responder.

1. *RELACIONES Y ORDEN*

Decir que las cosas suceden en el tiempo equivale en parte a decir que ocurren en cierto orden. Decir que las cosas están situadas en el espacio da a entender que tienen cierta posición las unas con respecto a las otras. Los enunciados siguientes se refieren a relaciones temporales y espaciales:

1) La abdicación tuvo lugar entre las dos guerras mundiales.
2) Un período de relativa calma siguió a las guerras napoleónicas.
3) Bélgica está al este de Inglaterra y al norte de Francia.
4) La mesa está situada entre la silla y la ventana.

Por lo que respecta al tiempo, algunas de las relaciones básicas son: *simultáneo, antes,* y *entre*. No vamos a ocu-

parnos aquí de si esta lista es substancialmente completa, o redundante quizá en algún aspecto. (Puede que al lector le parezcan obvias las respuestas ahora, pero esta impresión puede cambiar al seguir la historia del problema). Al menos, una teoría del tiempo ha de dar razón de estas relaciones y explicar, por tanto, afirmaciones tan corrientes como las 1 y 2.

Por lo que se refiere al espacio, no es fácil ni siquiera establecer un plausible elenco preliminar de relaciones básicas. Cuesta pensar que relaciones como *al norte de* y *al este de* —aunque son evidentemente relaciones espaciales— puedan ser en cierta manera básicas. Estas relaciones son propias en principio de las entidades que se hallan en la Tierra; podemos decir que la estrella polar está al norte de un punto cualquiera de la Tierra, ya que al mirarla nos orientamos hacia el norte. Pero esto parece ya en cierto grado una extensión analógica del término «norte»; y desde luego no tendría ningún sentido evidente preguntar si la estrella polar está al norte del Sol o de Alfa Centauro. Más aún, ¿está Asia Menor al este o al oeste de Norteamérica? Sin embargo, la relación *entre* del ejemplo 4 no cae dentro de estas restricciones y ambigüedades. Por tanto, una teoría del espacio debe dar razón, al menos, de la relación espacial *entre*.

Ahora bien, las relaciones originan un orden. Un sencillo ejemplo ayudará a comprender esta conexión íntima entre relación y orden. Supongamos que a la pregunta «¿En qué orden coloca usted a los generales más famosos de la Antigüedad?», la respuesta sea: «Pongo en primer lugar a Aníbal, en segundo a Alejandro Magno, y en el tercero a Leónidas». Esta ordenación se puede también expresar a base de la relación *mejor que;* una respuesta equivalente podía haber sido: «En mi opinión, ninguno fue mejor que Aníbal, sólo Aníbal fue mejor que Alejandro, y sólo Aníbal y Alejandro fueron mejores que Leónidas».

De manera análoga, las relaciones temporales originan un orden temporal y las relaciones espaciales un orden espacial. De los dos órdenes, el segundo es con mucho el más complejo. Supongamos por un instante que *entre* es realmente una relación tanto del espacio como del tiempo. Descubrimos, sin embargo, que el orden originado por la relación temporal

«entre» es mucho más sencillo que el determinado por la relación espacial «entre». Ejemplificado en el caso más obvio: si *X*, *Y* y *Z* están en el tiempo y no son simultáneos, entonces uno de los tres está entre los otros dos; sin embargo, no es verdad que si *X*, *Y* y *Z* están en el espacio y no en el mismo lugar, entonces uno de ellos esté entre los otros dos. El lector puede reconocer esta diferencia en el enunciado: «El espacio es tridimensional, y el tiempo es sólo unidimensional». Mas, qué se quiere decir exactamente con *dimensión*, cómo se relaciona con la complejidad del *orden*, y qué conexión tienen ambos con *relación*, constituye un problema básico de la teoría del tiempo y del espacio.

2. *EL USO DE COORDENADAS*

El ejemplo anterior de la clasificación de Aníbal, Alejandro y Leónidas según su genio militar aclara también el tema de las *coordenadas*. La persona que dio esa respuesta quiso expresar que, en su opinión, Aníbal fue mejor que los otros dos generales y Alejandro mejor que Leónidas, es decir, quiso describir unas relaciones que, según él, existían entre los tres. Para hacerlo de una manera fácil y clara les asignó números: el 1 a Aníbal, el 2 a Alejandro, y el 3 a Leónidas. Es éste un empleo rudimentario de *coordenadas* para describir ciertas relaciones.

¿Por qué el asignar esos números equivale a afirmar que se dan unas relaciones? Porque entre los números naturales existe una relación que tiene el mismo carácter formal que la relación *es un general mejor que* o *es, en mi opinión, superior a*. Es la relación *es menor que* o *anterior a*. El uno es anterior a todo otro número natural; por consiguiente se asigna el 1 al general considerado mejor que cualquier otro de los antiguos. El dos es un número tal que sólo el uno es anterior a él; se le asigna, pues, al general que le sigue inmediatamente.

En general, se asignan coordenadas a entidades de tal forma que las relaciones matemáticas entre las coordenadas reflejan las relaciones entre las entidades que pretendemos describir.

Y en este punto nos encontramos con que el tipo de orden generado por estas relaciones determina lo que puede servir de coordenadas. En el caso del tiempo, los números reales pueden servir, al parecer, de coordenadas temporales. Mas en el caso del espacio necesitamos *ternas* de números reales. Y esta necesidad de tres números reales vuelve a estar relacionada con la afirmación corriente de que el orden temporal es unidimensional, y el orden espacial tridimensional. De modo que *estructura relacional, orden, dimensión* y *sistema de coordenadas* forman una familia de temas íntimamente relacionados, cuyo significado hemos de comprender si es que queremos llegar a tener una explicación coherente del tiempo y del espacio.

3. *MAGNITUD Y METRICA*

Cuando decimos que Boyle nació en 1627, que Galileo murió en 1642 y que Leibniz nació en 1646, estamos comunicando la siguiente información sobre el orden temporal:

1) El nacimiento de Boyle es anterior a la muerte de Galileo.
2) La muerte de Galileo es anterior al nacimiento de Leibniz.
3) El nacimiento de Boyle es anterior al de Leibniz.

Pero también hemos suministrado información sobre la *magnitud temporal* (duración):

El tiempo transcurrido entre el nacimiento de Boyle y la muerte de Galileo es casi cuatro veces mayor que el transcurrido entre la muerte de Galileo y el nacimiento de Leibniz.

El lapso de tiempo entre un par de acontecimientos es algo que no tiene nada que ver con el orden. Con todo, el tiempo transcurrido puede también quedar reflejado en la elección de coordenadas, como de hecho sucede en nuestra forma corriente de fechar los acontecimientos. Si hubiéramos

asignado al nacimiento de Boyle, la muerte de Galileo y el nacimiento de Leibniz las fechas 1627, 1641 y 1642 respectivamente, la información contenida en los enunciados 1, 2 y 3 seguiría siendo correcta. Pero hubiéramos comunicado una información falsa sobre la magnitud (duración) de los dos intervalos de tiempo.

¿Cómo se comunica información sobre la magnitud temporal asignando coordenadas? Para las fechas nos servimos de la definición

4) La cantidad de tiempo transcurrido entre dos acontecimientos es la *diferencia numérica* entre sus fechas (coordenadas de tiempo).

Con esta definición, y computando el tiempo por años, la asignación de las fechas 1627, 1642 y 1646 da la información exacta, y no así la otra asignación. Pero en principio podríamos servirnos de una definición diferente de 4, y en ese caso, y si queremos conservar nuestro cómputo habitual del tiempo, habríamos de asignar las fechas de una manera distinta.

Se dice que la definición 4 es una definición de la *métrica* de nuestro sistema de coordenadas temporales. La definición de la métrica del tiempo puede tener esta forma sencilla porque la coordenada de tiempo es sólo un número real. La definición de la métrica del espacio es más compleja, ya que a cada punto se le asignan tres números reales. [Como aprendimos en la segunda enseñanza, en la geometría plana euclídea, en la que a los puntos se les asignan pares de números (x, y), la distancia entre dos puntos (x, y) y (x', y') viene dada por $\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$.] Resumiendo: una asignación de coordenadas puede reflejar relaciones de magnitud (distancia o duración) además de reflejar un orden; el problema de cómo lograrlo es una cuestión de *métrica*.

4. *EL «STATUS» DE LA ENTIDAD*

Las palabras «tiempo» y «espacio» son ambas *términos singulares*. Esto no es más que una caracterización gramatical:

cómo pueden presentarse estas palabras en una oración. En concreto, quiere decir que pueden figurar como sujeto de un verbo en singular. Las oraciones siguientes son gramaticalmente correctas:

1) El espacio es infinito.
2) El océano es infinito.

En un uso paradigmático, los términos singulares sirven para nombrar objetos singulares. Por ejemplo, «París», «el océano Atlántico», y «el vecino de al lado» son términos singulares y se refieren a cosas determinadas. De otros términos singulares tales como «cielo» e «infierno» al menos se pretendía que se refirieran a entidades, aproximadamente de la misma manera que lo hacen «Groenlandia» y «América». Esto suscita la cuestión de si «espacio» y «tiempo» se refieren también o pretenden referirse a ciertas entidades, y en caso afirmativo, qué clase de entidades son éstas.

Estas cuestiones toman una forma menos académica cuando les damos una formulación algo diferente. En vez de preguntar «¿Existe el referente de la palabra "cielo"?», podríamos preguntar «¿Existe el cielo?». De este modo los problemas y cuestiones que suscitan las palabras «tiempo» y «espacio» se reformulan sin dificultad como problemas y cuestiones acerca del tiempo y del espacio: «¿Existe el tiempo?»; «¿Existe el espacio?»; «¿Qué clase de entidad es el tiempo?»; «¿Qué es el espacio?».

Este tipo de cuestiones tiene un curso un tanto desafortunado a lo largo de la historia de la filosofía. Con excesiva frecuencia la reacción ha sido: no podemos hablar de lo que no existe; por consiguiente existe todo aquello de lo que podemos hablar. La pregunta «¿Qué es la gloria?» presupone que existe la gloria; y puesto que la pregunta tiene pleno sentido, nuestra tarea debe reducirse a explicar qué clase de cosa es la gloria, y a aceptar como un hecho que tal cosa existe.

Este es cabalmente el tipo de reacción que deriva a ontologías hinchadas, que, además de contener objetos reales, incluyen muchas clases de objetos irreales.[1] Pero esta reacción

no es necesaria. Por ejemplo, la pregunta «¿Qué es Pegaso?» tiene la respuesta verdadera «Un mítico caballo volador»; y ni la significatividad de la pregunta ni la verdad de la respuesta presuponen la existencia de Pegaso. Es sólo un ejemplo para mostrar que podemos aspirar a tener una explicación precisa y adecuada de algo que no existe. Los acontecimientos que no han sucedido nos proporcionan otro ejemplo. Fijémonos en la pregunta «¿Qué impidió la explosión?». Esta pregunta presupone que no hubo explosión (como la pregunta «¿Ha dejado usted de golpear a su esposa?» presupone que la persona a quien se le hace ha estado golpeando a su esposa). Si, pues, no estamos equivocados al hacer la pregunta, el término «la explosión» no tiene referente. Pongamos un último ejemplo de la filosofía de la religión: nosotros no creemos en la existencia de Zeus, y sin embargo estamos de acuerdo en que es verdad que los griegos de la Antigüedad adoraban a Zeus, y podemos desear una explicación filosófica de lo que se quiere decir al hablar así.

La historia de la filosofía ofrece también muchos ejemplos de doctrinas que implican que ciertos objetos de los que se habla no existen. La más conocida es la opinión, que aparece repetidamente en el desarrollo del empirismo británico, de aquellos que sostienen que ningún término abstracto tiene referente. Pero esta opinión también ha tenido siempre sus oponentes, los cuales argumentaban con la misma energía que las entidades abstractas existen. En nuestro siglo este debate ha sido especialmente vivo en la filosofía de las matemáticas, donde el punto discutido es si existen objetos matemáticos (además de objetos físicos).

Problemas similares de existencia surgen con respecto al tiempo y al espacio. Si tenemos en cuenta lo dicho, podemos considerar que ni la opinión que sostiene que el tiempo y el espacio no existen ni la que sostiene que existen son absurdas *a priori*. A modo de conclusión vamos a tratar brevemente el tipo de problemas que se les presenta a los defensores de cada postura.

Primero: la negación de la existencia del tiempo no se puede interpretar como si implicara que un discurso que utiliza locuciones temporales carece de significación. Tanto

si la palabra «tiempo» tiene un referente como si no lo tiene, la oración

3) El nacimiento de Newton es posterior a la muerte de Francis Bacon

es verdadera. Y sea cual fuere la opinión del filósofo sobre la existencia del tiempo, ha de darnos una explicación de lo que se quiere decir al emplear esos términos temporales; es decir, seguimos exigiendo una explicación de las relaciones temporales, del orden temporal, de la duración y de la métrica del tiempo.

Segundo: si se sostiene que hay una entidad denotada por la palabra «tiempo», surge la pregunta de qué tipo de cosa es esa. Evidentemente esta pregunta está fuera de lugar si se niega que «tiempo» se refiera a algo. Pero en caso de que no se niegue, podemos preguntar si el tiempo es una entidad física o un objeto matemático o tal vez algún otro tipo de entidad. Y esta es una pregunta a añadir a las mencionadas sobre el orden y la métrica temporales.

Por último, nos estamos ocupando aquí de filosofía de la ciencia y no de metafísica. No vamos, pues, a complicar la discusión sobre la existencia o no del tiempo o del espacio con otras preguntas sobre la existencia de objetos matemáticos u otras entidades abstractas. Consideraremos, pues, admisible *prima facie* la respuesta de quien, además de sostener que el tiempo existe, responde que es una entidad abstracta (si bien esta respuesta no dejará de suscitar, a su vez, otras preguntas). No creo que quienes defienden que no hay entidades abstractas consideren, por este motivo, que la discusión es ociosa. Pues bien mirado, son de la opinión de que todo lo que se puede decir en los términos de sus oponentes y es en cierta manera significativo puede también decirse en los suyos propios. Esta puesta «entre paréntesis» de nuestro compromiso ontológico no impone tampoco una respuesta trivial a la pregunta, por ejemplo, sobre la existencia del tiempo. Ya que esta puesta entre paréntesis no va a repercutir en preguntas similares sobre el mundo del que se ocupa la física, tales como la existencia de electrones, de unicornios o de campos de fuerza.

NOTAS

1. Cf. QUINE, W. V. O. «On What There Is» en *From a Logical Point of View,* Harper & Row, Nueva York, 1963, pp. 1-19. (Trad. castellana de M. Sacristán «Acerca de lo que hay», en *Desde un punto de vista lógico,* Ed. Ariel, Barcelona, 1962, pp. 25-47.)

CAPITULO II

LOS PROBLEMAS DE LA TEORIA DEL TIEMPO. DE ARISTOTELES A KANT

En este capítulo y en el siguiente vamos a examinar el desarrollo de la teoría del tiempo con anterioridad a la teoría de la relatividad. Para mayor claridad en la exposición hacemos clasificaciones históricas que no son exactas; por ejemplo, en este capítulo discutiremos la obra del filósofo francés del siglo XIX Georges Lechalas.

1. *CAMBIO Y DURACION: LA TEORIA DE ARISTOTELES*

En el libro delta de la *Física,* desarrolla Aristóteles su teoría del tiempo e intenta mostrar que es adecuada.[1] En su exposición asumen un papel fundamental las nociones de cambio, movimiento y devenir. Empezaremos, pues, por exponer las características de la teoría aristotélica del cambio para ocuparnos después de su explicación del tiempo.

a) Cambio y proceso

En el libro gamma de la *Física* de Aristóteles puede encontrarse una definición de movimiento. Pero, formulada en tér-

minos de su teoría del acto y potencia, no guarda mucha relación con las discusiones modernas del tema. De mayor interés es la descripción de las clases de cambio del libro épsilon.[2]

Al comienzo de esta descripción encontramos una distinción entre cambio esencial y cambio accidental. El primer tipo de cambio tiene más importancia para nuestros fines. Vamos a explicarlo.

Un cambio implica 1) algo que cambia; 2) una condición inicial, a partir de la cual esa cosa cambia; 3) una condición final a la que cambia. Empecemos por examinar de qué naturaleza son las condiciones inicial y final. El cambio no será un cambio esencial si estas condiciones están descritas como relaciones de comparación. Por ejemplo si Pedro es más alto que Pablo (condición inicial), puede darse un cambio a resultas del cual Pedro sea más bajo que Pablo. Pero este cambio se llama accidental con respecto a Pedro, si se debiera a que Pablo ha crecido. En estas condiciones, Pablo es el sujeto de un cambio esencial (aumento de su estatura) y Pedro de un cambio accidental (un cambio en la relación de su estatura con la de Pablo).

Las condiciones inicial y final han de ser condiciones de la misma clase. Un objeto puede primero estar caliente y luego ser de color naranja, pero no diríamos que ha cambiado de caliente a naranja (sería una flagrante confusión de categorías). El ejemplo de Aristóteles es el de un músico que está tocando y luego se pone a andar. En los dos ejemplos la condición inicial es compatible con la final: un objeto podría estar caliente y ser de color naranja, un músico podría tocar su instrumento mientras anda. Esta es la razón de que el segundo ejemplo sea también un caso de cambio accidental.* Entre condiciones compatibles no se dan cambios esenciales, sino «entre los contrarios o sus intermedios, y entre los contradictorios».[3]

En otras palabras, se imaginan como clasificadas en *familias* las múltiples propiedades o cualidades que podemos

---

* Discrepo, por consiguiente, de los que opinan que la razón de que éste sea un ejemplo de cambio accidental está en que el pasear es una «propiedad accidental» de un músico.

atribuir a las cosas. Un cambio esencial es el cambio en un sujeto de una propiedad a otra dentro de la misma familia. Y los miembros de cada familia son mutuamente incompatibles en el sentido de que una cosa no puede tener la propiedad *P* mientras tiene la propiedad *Q*, si *P* y *Q* pertenecen a la misma familia. Una de estas familias sería la familia de los colores, otra la de las estaturas, una tercera la familia de las posiciones en un tablero de ajedrez. Serían, pues, ejemplos de cambios esenciales: un cambio de blanco a rojo, crecer de 1,50 a 1,70 m, y un cambio (un movimiento o jugada) de *3R* a *4R* en un tablero de ajedrez.

Hemos de advertir también que los miembros de cada una de estas familias han de tener el mismo grado de determinación o precisión. No decimos que una cosa ha cambiado de escarlata a rojo, o del azul claro a azul, y sí, por el contrario, que ha cambiado de escarlata a carmesí, o de azul claro a azul oscuro, o de azul a rojo. Podemos explicar esto diciendo que *azul = (azul claro o azul oscuro);* y por consiguiente que *azul* y *azul claro* no tienen el mismo grado de precisión o determinación.

Análogamente, *negro* y *no blanco* no pertenecen a la misma familia; en realidad, *no blanco* pertenece sólo a la familia {*no blanco, blanco*}. Aristóteles llama a *blanco* y *no blanco* un sujeto y un no sujeto respectivamente (llamando «sujeto a lo referido en una expresión positiva» [4]). Esta es la ocasión de introducir una ulterior división de los cambios esenciales en *generación, destrucción* y *movimiento* o *proceso.* Un cambio de un sujeto a su no-sujeto contrario es una destrucción (de hombre a no-hombre); el inverso es una generación [cambio de un no-sujeto a un sujeto]. Un movimiento o proceso es un cambio esencial de un sujeto a otro sujeto contrario (como el cambio de blanco a negro).

El movimiento o proceso es de capital importancia para la discusión del tiempo. El movimiento puede ser un cambio respecto de la cualidad (por ejemplo, el color), de la cantidad (por ejemplo, la estatura) o del lugar (llamado también *movimiento local*). Hoy no solemos emplear la palabra «movimiento» sino en relación con el movimiento local, pero no es así como hay que entenderla en este contexto.

Un movimiento tiene partes, y estas partes están dispuestas en un cierto orden. Implícitamente, ya lo habíamos afirmado al decir que un cambio va de un término inicial a otro final; y por supuesto, el cambio puede pasar por algunos estadios intermedios. Una pregunta importante para nosotros en este punto es la de si hay que entender que este orden es simplemente el orden temporal. Es importante porque Aristóteles en su explicación del tiempo se basa en esta exposición del movimiento y del cambio. De ahí se deduce que, si por «término inicial» entendemos «el término que en el tiempo precede inmediatamente al movimiento», Aristóteles ha dado por supuesto simplemente el orden temporal. Ello no viciaría su teoría, ya que el orden temporal no es el único tema de una teoría del tiempo.

Mi opinión es que de hecho no hay en la *Física* una teoría adecuada del orden temporal. Esta opinión discrepa de la de Tomás de Aquino en su *Comentario a la Física*. Santo Tomás se refiere al siguiente pasaje de la *Física:*

> ... distinguimos «lo anterior» y «lo posterior» primariamente en el lugar, y los distinguimos por su posición relativa. Pero necesariamente se dará también en el movimiento la distinción de «lo anterior» y «lo posterior» por analogía con la de la magnitud... El orden de «lo anterior» y «lo posterior» *que* está en el movimiento es, por lo que al sujeto se refiere, el movimiento; aunque, claro está, que sea la distinción entre «lo anterior» y «lo posterior» difiere de [que sea] un movimiento.[5]

El fragmento se refiere fundamentalmente al movimiento local y parece que lo característico es que los lugares tienen un cierto orden. El orden de las partes del movimiento sería, pues, el orden de los lugares recorridos. Al menos ésta parece ser la interpretación del Aquinate.[6]

El argumento de santo Tomás es que en el caso del movimiento local se recorren unos determinados lugares; por ejemplo, un cuerpo que se mueve de *A* a *C* pasando por la posición intermedia *B*. Las partes de este movimiento corresponden a estos lugares; por ejemplo, la primera parte del movimiento es la posición *A*. Puesto que las relaciones espaciales ordenan las posiciones *A*, *B* y *C*, las mismas relaciones

ordenan las partes del movimiento: estar en *B* sería una parte intermedia entre estar en *A* y estar en *C*.

Pero este argumento no concluye. En primer lugar, si no es respecto a un determinado punto de referencia, no tiene ningún sentido hablar de que una posición *A* es anterior a otra posición *B*. Por ejemplo, Castellón está antes que Tarragona para quien viene de Valencia, pero no para quien sale de Barcelona. Segundo, una posición puede ser intermedia en el recorrido sin estar espacialmente entre el punto de salida y el de llegada, por ejemplo, cuando se va de Valencia a Barcelona vía Madrid. Por último, Aristóteles hace ver con detenimiento que sólo el movimiento circular puede ser eterno.[7] Pero el movimiento circular consiste en recorrer una y otra vez las mismas posiciones; por tanto, en este caso partes distintas del mismo proceso pueden consistir en estar en la misma posición. Es claro, pues, que las partes de la única clase de proceso que puede durar eternamente no están ordenadas por relaciones de orden espacial.[8]

b) *El tiempo*

De las concepciones del tiempo anteriores a la de Aristóteles la que tuvo más influjo fue la de Platón. Según la interpretación de Aristóteles, Platón identificaba el tiempo con el movimiento, y en especial, con la rotación de las esferas celestes.[9] Aristóteles se le opuso por diversos motivos. Primero, un cambio o movimiento tiene una ubicación en el espacio, de la que carece el tiempo. Segundo, el movimiento es rápido o lento, pero no hay ningún sentido literal en el que se pueda decir que el tiempo es rápido o lento. De hecho definimos «rápido» y «lento» por el tiempo: «Es rápido aquello de lo cual ocurre mucho en poco tiempo».[10] Con todo, el tiempo no es conceptualmente independiente del cambio. El argumento que emplea Aristóteles para establecerlo es fenomenológico: no podemos percibir el tiempo en sí mismo; caemos en la cuenta del paso del tiempo sólo porque percibimos el cambio o movimiento.[11] Pero este argumento puede re-formularse en términos de información: por ejemplo, la

información de que la tripulación de un crucero era anormalmente numerosa no suministra ninguna información sobre la duración de su primera batalla, pero sí la da la información de que recorrió 50 millas durante esa batalla.

Por tanto, nuestro punto de partida ha de ser: el tiempo no es ni idéntico al movimiento ni totalmente independiente de él; nos resta determinar la relación entre ambos.[12] Se introduce la distinción entre *antes de* y *después de* como algo aproblemático o irreducible, y se le atribuye la ordenación de las partes de un movimiento. Es cosa sabida que para Aristóteles estas partes existen sólo en potencia, en el sentido de que podrían ser señaladas.[13] Siendo, pues, una entidad continua, o en un sentido más general, una entidad que tiene partes potenciales *o* actuales, el movimiento o proceso tiene una magnitud o «número»:

> Pues esto, en efecto, es el tiempo: el número del movimiento según lo anterior y lo posterior. El tiempo no es, pues, movimiento, sino su aspecto numerable. Y la prueba [es que así como] el número nos permite distinguir «lo más» y «lo menos», así el tiempo nos permite distinguir «lo más» y «lo menos» del movimiento.[14]

La formulación medieval decía: el tiempo es la medida del movimiento según lo anterior y lo posterior. «Medida» tiene aquí el sentido de «magnitud», o «aspecto numerable».[15] Hay varias maneras posibles de medir el movimiento local: podemos medir la rapidez (la magnitud respecto de las relaciones espaciales), o la duración (la magnitud respecto de la relación temporal de antes y después). El tiempo es la segunda medida.

Lo que sorprende al lector moderno es que esta exposición no proporciona tanto una definición de *tiempo* cuanto de *duración*. Se introduce la relación temporal de *simultaneidad* sin indicar que una teoría del tiempo debería dar también una explicación de esta relación. Y sin embargo, Aristóteles necesita esta relación para defender su definición de tiempo. Se ocupa de la objeción: cada movimiento tiene su propia magnitud y, por consiguiente, si se define el tiempo como un aspecto de la magnitud de un movimiento, entonces cada movimiento tiene su propio tiempo.[16] Responde que esta obje-

ción ha interpretado equivocadamente su pensamiento: el tiempo es el número o medida no de un movimiento particular, sino del movimiento en general. Dada esta explicación, la objeción se basa en un argumento sin valor: para cada movimiento hay un tiempo durante el cual acaece; por tanto, hay tantos tiempos distintos cuantos movimientos distintos (es decir, en este caso, no podría decirse con verdad que dos movimientos distintos acontecen durante, o en el mismo tiempo). La invalidez de este argumento se demuestra haciendo ver que tiene la misma forma que otro argumento una de cuyas premisas es evidentemente cierta y falsa la conclusión: cada conjunto de objetos tiene su número propio; por tanto, hay tantos números distintos cuantos conjuntos distintos (es decir, en este caso, no podría decirse con verdad que dos conjuntos tienen el mismo número). El ejemplo de Aristóteles es un grupo de siete perros y otro de siete caballos: estos conjuntos son distintos, cada uno tiene su número (el número del conjunto de perros en cuestión es siete y siete son los caballos), pero de ahí no se sigue que estos números sean distintos.[17]

Los dos grupos o conjuntos tienen el mismo número porque se da entre ellos una cierta relación, a saber, una correspondencia biunívoca. Análogamente, los tiempos de dos movimientos distintos pueden ser el mismo tiempo, a saber, cuando los dos son simultáneos. Mas esta relación de simultaneidad —relación de orden temporal— se usa en la exposición de lo que es el tiempo. Por tanto, la teoría del tiempo de Aristóteles es fundamentalmente una teoría de la duración.

2. *EL TIEMPO Y LA POSIBILIDAD DE LA CREACION*

a) Aristóteles y Tomás de Aquino sobre la eternidad del movimiento

Aristóteles tenía buen número de argumentos para mostrar que el mundo y el movimiento no tienen principio y no

tendrán fin. Para nuestros objetivos, el más importante de estos argumentos es el siguiente:

> Podemos además hacer aquí la pregunta: ¿cómo puede haber tiempo, si no hay movimiento? Si, pues, el tiempo es el número del movimiento... entonces, si el tiempo es siempre, es necesario que el movimiento sea eterno también...
>
> Sólo Platón presenta al tiempo como engendrado: el tiempo, dice, es coevo con el cielo y éste, según él, ha tenido un comienzo. Pero si es imposible que el tiempo exista o se conciba sin un presente, y el presente es una especie de «medio» en el sentido que es a la vez punto de partida del tiempo futuro y fin del tiempo pasado, entonces necesariamente el tiempo existe siempre... Por consiguiente, si el tiempo en cuanto aspecto del movimiento es eterno, es evidente que el movimiento ha de ser eterno también.[18]

Puesto que el argumento es un tanto complejo, vamos a desenredar los cabos. Su estrategia fundamental consiste en argüir que el tiempo *no puede* tener un comienzo; pero si el movimiento tuvo un comienzo, entonces también lo tendría el tiempo. Si las dos afirmaciones son ciertas, se sigue que el movimiento no puede tener un comienzo. (El argumento se aplica *mutatis mutandis* a la posibilidad de un fin del movimiento).

El argumento de que el tiempo no puede tener un comienzo tiene como premisa el que no es concebible un comienzo del tiempo. Pues en el momento en que se refiere uno a un instante, un tiempo t, se piensa en un *antes* y un *después*, un tiempo anterior a t, y un tiempo posterior a t. Por consiguiente no se puede pensar en un primer tiempo t tal que no haya ningún tiempo anterior a t. Pero lo que es inconcebible es imposible; por tanto, el tiempo no puede tener un comienzo.

No nos detendremos a evaluar ahora este argumento, sino que seguiremos el análisis. El segundo argumento —si el movimiento tiene un comienzo, también lo tiene el tiempo— se basa totalmente en la teoría aristotélica del tiempo. Si el tiempo no es sino un aspecto numerable del movimiento, entonces el tiempo no es algo que pueda existir independientemente del movimiento. Si esto es así, no tiene ningún sentido hablar de un tiempo durante el cual no hay ningún movimiento. ¿Y qué hay de la posibilidad, que a primera vista

parece tan fácil de concebir, de que todos los movimientos pararan, por ejemplo, durante una hora? Según Aristóteles, esto no tiene ningún sentido, ya que una hora es 1/24 de un día y un día es la duración de una vuelta del Sol alrededor de la Tierra (dejando de lado las precisiones astronómicas). Es, pues, el movimiento del Sol el que señala el período de un día, y un período de una hora viene indicado por la 1/24 parte de este movimiento. Si se parara sólo el movimiento del Sol, otros movimientos señalarían los períodos de tiempo. Por ejemplo, el minutero de un reloj normal da veinticuatro vueltas por día. Y si un día todos los minuteros de los relojes (eléctricos, de muelle, de péndulo, etc.) dieran veinticinco vueltas, podríamos razonablemente pensar que el Sol se ha detenido en el cielo durante una hora. Pero si se parara no sólo el movimiento del Sol, sino *todos* los cambios, no habría manera de señalar el tiempo, y ningún hecho del mundo físico atestiguaría el paso del tiempo.

Con todo, puede que alguien diga que esto es concebible, y que podemos pensar que en un caso así el tiempo pasaría. Pues en principio no necesitamos ni relojes ni ningún otro movimiento para mostrar que el tiempo está pasando. Podemos decir que el Sol está quieto por un rato reparando en que su posición relativa al horizonte no ha cambiado por ese rato. Pero Aristóteles rearguye a esto que, en ese caso, descubrimos el tiempo por la sucesión en nosotros de pensamientos y sentimientos; si tampoco se diera ningún cambio en éstos (como durante un sueño profundo), este indicador subjetivo no indicaría tampoco el paso del tiempo.[19] Si cesaran todos los cambios, no habría tiempo.

Para los filósofos posteriores estos argumentos suponían un reto a la doctrina de la creación. Si el mundo había sido creado por Dios, ¿no se sigue que el movimiento tiene un comienzo? (Y ciertamene no se inclinaban a suprimir la dificultad diciendo que Dios está sometido a un cambio constante, sin principio ni fin). Nos encontramos con que, en consecuencia, ninguno de los argumentos arriba mencionados quedó sin discutir a lo largo de la historia de la filosofía. Santo Tomás opinaba que el primero no concluía, pero admitía que el tiempo no existe con independencia del movi-

miento. Newton, por su parte, rechazó el segundo argumento y con él toda la teoría aristotélica del tiempo.

La doctrina de santo Tomás es, sin ninguna duda, que el movimiento tiene un comienzo y que éste es también el principio del tiempo. El tiempo tiene un primer instante, un instante antes del cual no hay ningún otro instante. ¿Qué pasa, en ese caso, con el argumento de Aristóteles de que no podemos concebir un instante sin pensar inmediatamente en el tiempo anterior a ese instante? Santo Tomás lo concede sin más. Pero, arguye, esto no implica que *hay* tiempo antes del instante en cuestión; es decir, rechaza el paso de «no podemos sino pensar así» a «ha de ser así»; el tiempo puede existir sólo en la imaginación.[20] En otras palabras, el Aquinate resuelve el problema introduciendo la distinción entre *tiempo real* y *tiempo imaginario*. Cualquier necesidad concerniente a cómo nosotros *pensamos* el tiempo quedará reflejada en la estructura de este tiempo imaginario (en concreto, no puede tener principio ni fin), mientras que la estructura del tiempo real dependerá de la estructura de la historia del mundo.

Mas, ¿qué hemos de pensar de este tiempo imaginario? ¿Qué conexión tiene con el tiempo real? ¿En qué relación está con el movimiento? Si el tiempo es un aspecto numerable del movimiento y el tiempo imaginario no es eso, entonces ¿por qué se le llama «tiempo»? Para decirlo con más rigor, santo Tomás ha aceptado y defendido la exposición aristotélica del tiempo hasta el punto en que aparece una dificultad decisiva. En ese momento crítico dice: además del tiempo que tan bien explica Aristóteles, existe también un *tiempo imaginario*, al que no se adapta esta explicación. (O más bien algo así como: además de esos hechos de la combustión que la teoría del flogisto explica perfectamente, hay un aspecto de la combustión al que no se adapta la teoría del flogisto). Y aunque el Aquinate tiene una teoría del tiempo real (la de Aristóteles) no ofrece ninguna teoría de esta otra clase de tiempo.

Puede que esta reacción ante la solución del Aquinate no sea nada caritativa. Con todo, es un hecho que esta solución no cerró el tema, y el problema jugó un papel central en el desarrollo de la teoría del tiempo en la filosofía moderna. Pero antes de ocuparnos de ello, demos un breve repaso a la

transición, más bien drástica, de la mentalidad medieval a la moderna.

b) El papel de la teoría del tiempo en la filosofía moderna

En la Edad Media se sistematizó la filosofía de Aristóteles: su filosofía de la naturaleza era una parte de su metafísica, y su teoría del tiempo una parte de aquélla. Hacia el final de la Edad Media, y durante el Renacimiento, este espléndido sistema filosófico empezó a fragmentarse y a desmoronarse. Con todo (y esto es hoy un tópico) los comienzos de la filosofía y de las ciencias modernas dependen en gran parte de las escuelas medievales. Por ejemplo, la teoría del tiempo de los cartesianos estaba muy próxima a la teoría del tiempo de los aristotélicos medievales. Mas el puesto de la teoría del tiempo en la filosofía de Descartes era muy diferente de su puesto en la filosofía medieval.

Para los escolásticos la metafísica trata de la substancia en general; la filosofía de la naturaleza, o cosmología, es la parte que trata de las substancias materiales. Las características fundamentales de estas substancias son la cantidad y la cualidad. Hay dos clases de cantidad: la cantidad continua, o extensión, y la cantidad discreta o número. A su vez, la cantidad continua es de dos tipos: permanente y sucesiva; la extensión espacial pertenece al primero, la duración al segundo. Tanto el movimiento como la mera permanencia de una substancia tienen duración, pero no se puede medir la permanencia sino en relación con el cambio. Así pues, el tiempo o duración es fundamentalmente la medida del cambio respecto a la sucesión. El sitio preciso de la teoría del tiempo es éste: aquella parte de la filosofía de la naturaleza que versa sobre la cantidad continua sucesiva.

En el sistema aristotélico-escolástico, la cosmología es una parte integrante de la metafísica; por otra parte, en este sistema no existe distinción entre la ciencia y la filosofía de la naturaleza. Por tanto, la exposición anterior fija el sitio o puesto de la teoría del tiempo en la filosofía aristotélica. La

desintegración gradual de la tradición aristotélica estuvo acompañada y seguida de arduos intentos de configurar una imagen nueva y coherente del mundo físico. El resultado más importante de estas tentativas fue el desarrollo inicial de la física moderna. No obstante, esos resultados fragmentarios, aunque importantes, hasta el siglo XVII no los encontramos organizados en sistemas de filosofía de la naturaleza que puedan rivalizar con el de los escolásticos. En estos sistemas ya es posible en cierto grado distinguir las teorías científicas de sus interpretaciones filosóficas. El lenguaje de las teorías físicas incorpora abiertamente locuciones temporales; la teoría del tiempo ha venido a ser parte de la interpretación filosófica de este lenguaje.

Así se explica que la física de Descartes fuera un sistema completo y vasto, y su teoría del tiempo muy breve y comparativamente poco crítica. La situación es parecida en los casos de Newton y Leibniz. La metafísica tiene importancia, pero como medio de hacer inteligible la física. Esto es claro, a pesar de la servidumbre de boquilla pagada al antiguo ideal de que la física es una parte de la metafísica. La moderna filosofía de la naturaleza es un comentario de la física moderna, no un todo del que la física sería una parte.

No queremos dar a entender, por supuesto, que el único objetivo de la filosofía moderna sea comentar la física (aunque uno de los motivos principales de su génesis fue la necesidad de una imagen del mundo, nueva y coherente, en armonía con la nueva física). Ni tampoco pretendemos negar que, al menos entre los racionalistas del siglo XVII, el recurso a los principios metafísicos fue una maniobra importante en el esfuerzo por hacer inteligible la física. No obstante, la característica esencial se mantiene firme: en relación a la ciencia, la tarea que los filósofos modernos se impusieron fue la de interpretarla.

c) *El argumento de Barrow y el tiempo absoluto de Newton*

Isaac Barrow, maestro de Isaac Newton, examinó el problema que había llevado a santo Tomás a la distinción entre

tiempo real y tiempo imaginario, pero su reacción fue más radical. La solución de Barrow fue rechazar totalmente la idea aristotélica de que el tiempo es un aspecto del movimiento. En sus *Lectiones Geometriae* (1976, «Lecciones de geometría») se hace la pregunta explícita de si antes de la creación hubo tiempo (es decir, si el instante de la creación es o no el primer instante). Su respuesta es que «antes del mundo y junto con el mundo (tal vez después del mundo) hubo y hay tiempo». Y acto seguido pasa a examinar la doctrina contraria, la aristotélica:

> Pero el tiempo, ¿no supone el movimiento? Respondo: de ninguna manera, por lo que respecta a su naturaleza absoluta, intrínseca; no más que el reposo; la cualidad tiempo no depende esencialmente de ninguno de los dos; tanto si las cosas se mueven como si están quietas, tanto si dormimos como si estamos despiertos, el tiempo fluye a su ritmo regular. Imaginemos que todas las estrellas han estado quietas desde su nacimiento: para el tiempo nada se habría perdido; esta quietud habría durado tanto como ha durado el flujo de este movimiento.[21]

Su solución es, pues, que el tiempo es algo independiente del movimiento (a diferencia del tiempo real de santo Tomás) e independiente también de nuestra mente (a diferencia del tiempo imaginario del Aquinate). La creación simplemente acaeció en uno de los instantes por decisión del Creador, al igual que la Torre Eiffel simplemente está ubicada en París por decisión de sus constructores y financiadores. No tenemos necesidad de decir que ha de haber un primer instante: algo que no podemos concebir. Y no hay dificultad en concebir que algo pudo acaecer antes de la creación, ya que hay muchos instantes «vacíos», «no-ocupados», que preceden al tiempo de la creación.

La afirmación de que el tiempo «fluye a su ritmo regular» con independencia del curso irregular de la historia del mundo puede que resuelva el «puzzle» de la posibilidad de la creación; pero en algunos aspectos no es una doctrina muy satisfactoria.

Hace del tiempo una entidad rara y peculiar, cuyo «status» va a ser muy pronto el tema de discusiones filosóficas. La cosa positiva más obvia que Barrow puede decir del tiempo es que

no es nada más que una entidad física muy importante, algo así como la Vía Láctea o, mejor aún, el sistema de las estrellas fijas. Pero esto requiere, al menos, una matización en puntos importantes: no hay duda que el tiempo es en muchos aspectos algo muy distinto de un cuerpo material o de un sistema físico. En este punto Barrow se vuelve a la teología (influido por algunos de sus contemporáneos, por ejemplo, Henry More). Sostiene que el espacio y el tiempo existen con independencia de los cuerpos materiales o de los acontecimientos físicos, pero no independientemente de Dios. Desde el punto de vista de la filosofía de la naturaleza el tiempo «no denota una experiencia actual, sino pura y llanamente una capacidad o posibilidad de posible existencia», mientras que desde el punto de vista de la teología manifiesta una sobreabundancia de la presencia y poder divinos.[22] Al lector moderno y al filósofo secular la dicotomía propuesta no le ayuda gran cosa. Cuando le decimos a Barrow que si el tiempo no es un aspecto del movimiento (ni un producto de la imaginación) entonces ha de ser una «existencia actual» diferente de cualquier proceso físico, contesta que así es desde el punto de vista teológico. Pero si entonces nosotros confesamos que nos hallamos perplejos acerca de qué clase de entidad es ésta, afirma que desde el punto de vista de la filosofía de la naturaleza el tiempo no es, por supuesto, ninguna clase de cosa en absoluto. Desde el punto de vista de la filosofía natural, esto es pura y simplemente eludir el tema. Newton aceptó la teoría de Barrow en lo esencial. En el famoso *Scholium* de su *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* afirma:

> El tiempo absoluto, verdadero y matemático en sí y por su misma naturaleza fluye regularmente sin relación alguna a nada externo, y se le llama, con otro nombre, duración... Pues los tiempos y los espacios son, por decirlo así, lugares tanto de ellos mismos como de todas las otras cosas. Todas las cosas están colocadas en el tiempo en cuanto al orden de sucesión, y en el espacio en cuanto al orden de ubicación.[23]

Estas y otras advertencias del *Scholium* dan la impresión de que Newton toma sobre el tiempo una postura mucho menos ambigua que Barrow. Parece que afirma el espacio y

el tiempo infinitos y absolutos, independientes de todo lo externo, como entidades que existen por derecho propio. De hecho, a los teólogos del tiempo de Newton más bien les perturbaban las entidades eternas e inmutables. El obispo Berkeley las atacó como «concepciones materialistas y ateas».[24] Apresurándose a corregir esta impresión, Newton añadió en la segunda edición un *Scholium Generale:* Dios es eterno e infinito, y existiendo siempre y en todo lugar, «El constituye la duración y el espacio».[24 bis] Pero, desde el punto de vista de la filosofía de la naturaleza, el tiempo y el espacio son entidades substanciales, recipientes o continentes infinitos. Las notas teológicas niegan que se haya apartado a Dios de la escena en favor del tiempo y del espacio, pero no niegan que el tiempo y el espacio «denotan existencias actuales». Y aunque todos los filósofos del siglo XVII procuraban dar a sus imágenes del mundo físico un apoyo metafísico, esta imagen del mundo físico ha de probar sus méritos dentro de los límites de la filosofía de la naturaleza. A partir de este momento vamos «a poner resueltamente entre paréntesis» todos los compromisos teológicos y ontológicos, y a tener en cuenta los argumentos de los contendientes sólo en la medida en que no rebasan los límites de la filosofía de la naturaleza.

d) La refutación del argumento de Barrow por Leibniz

Entre los contemporáneos de Newton fue Gottfried Wilhelm von Leibniz quien con más fuerza desafió la teoría del tiempo absoluto. Esta discrepancia fue tema de un prolongado debate epistolar entre Leibniz y Samuel Clarke.[25] Clarke era discípulo de Newton, y hoy reconocen casi todos que contó con la ayuda del maestro para redactar las réplicas a Leibniz.

Visto lo que antecede, no nos sorprende encontrar que Clarke le pone a Leibniz la siguiente dificultad: Si usted no admite la existencia independiente del tiempo absoluto, entonces usted no puede sostener que el mundo ha sido creado. Pues si se puede afirmar que Dios creó el mundo, entonces se puede afirmar que El podía haberlo creado antes de lo que realmente lo hizo. Y esto quiere decir: Dios podía haber

creado el mundo en un tiempo anterior al tiempo real de la creación. Y si el tiempo no es independiente de la existencia del mundo, entonces el instante de la creación es el primer instante.[26]

Leibniz responde a este reto en la quinta carta.[27] En mi opinión, la respuesta es la contestación decisiva y concluyente a la dificultad; hace ver que el dilema, cuyos cuernos asieron el Aquinate y Barrow, no es real. Al parecer, la respuesta fue demasiado sutil para Clarke, quien replica que Leibniz ha caído en una «flagrante contradicción».[28] La contradicción que Clarke cree ver es ésta: Leibniz sostiene que la creación efectiva del mundo señala el comienzo del tiempo, y admite también que a este acontecimiento de la creación le podía haber precedido temporalmente otra cosa. Mas esta postura incluye como consecuencia necesaria que algo pudo haber acontecido antes de que empezara el tiempo, lo cual es absurdo.

Leibniz responde con una distinción. Pensar que algo acontece antes de la creación se puede explicar de dos maneras, a saber:

I. Concebir que al acontecimiento *X*, que es el primer acontecimiento, le precede otro acontecimiento,

o bien

II. Concebir un mundo alternativo en el cual *X* (que en este mundo es el primer acontecimiento) no es el primer acontecimiento.

Ahora bien, I es efectivamente una imposibilidad; pero II es perfectamente coherente con la opinión de que el tiempo se inicia con el primer acontecimiento. Ya que en este mundo alternativo un acontecimiento distinto señalaría el comienzo del tiempo.

Esta respuesta satisface todos los criterios exigidos para responder a las impugnaciones de Barrow, Newton y Clarke. Primero, da un sentido claro a nuestro convencimiento de que podemos concebir que algo sucede antes de la creación.

Cuando imaginamos esta posibilidad, estamos imaginando un mundo posible alternativo: uno de esos mundos posibles que resulta que no son el mundo real. Segundo, Leibniz expone con toda exactitud la contradicción que percibieron Barrow y los que le siguieron; más aún, muestra en qué se distingue esta contradicción de la opinión que defiende él. Por último, deja sentado que, a la luz de estas distinciones, es coherente defender que el tiempo tiene un comienzo, a saber, el tiempo del comienzo de la historia del mundo.

Pero quedan aún otros dos problemas por examinar. El primero es una dificultad puesta por John Locke, quien suscitó la cuestión de si el concepto de mundo posible de Leibniz es adecuado. El segundo es una dificultad puesta por Aristóteles y discutida explícitamente por santo Tomás, es decir, que no es concebible un primer instante; cuando pensamos en un instante *t* no podemos evitar pensar en un tiempo anterior a *t*.

Para discutir la dificultad de Locke, hemos de distinguir entre una *afirmación de posibilidad condicional* y un *condicional contrafáctico*. Pongamos un ejemplo de cada uno:

a) Si él hubiera estado allí, podría haberlo hecho.
b) Si él hubiera estado allí, lo habría hecho.

Una diferencia entre *podría* y *habría* es ésta: de *b* podemos inferir:

c) si estuvo, lo hizo;

pero de *a* no podemos inferirlo.

De *a* sólo podemos inferir:

d) Si estuvo, pudo (tuvo la posibilidad de) haberlo hecho.

En cierto sentido tanto *a* como *b* tratan de lo posible y de lo imposible, pero no de lo no efectivo. (Podemos comparar *d* con la afirmación de Clarke: si Dios creó el mundo, pudo haberlo creado antes.) Y las ideas de Leibniz sobre los mundos posibles no ofrecen una explicación de las afirmaciones condicionales. Según Leibniz, *a* significa

e) Si hay un mundo posible en el que estaba, entonces hay un mundo posible en el que lo hizo.

De donde podemos inferir (en virtud del principio que dice que el mundo actual es un mundo posible) que

f) Si estaba en el mundo actual, entonces hay un mundo posible en el que lo hizo.

que es lo que quiere decir *d*. Pero no hay por ahora ninguna razón para pensar que estas ideas acerca de los mundos posibles nos ayudarán a explicar los enunciados contrafácticos tales como *b*.

El *Essay Concerning Human Understanding* («Ensayo sobre el entendimiento humano») de Locke se publicó en 1690, veinticinco años antes de la correspondencia Leibniz-Clarke. Locke fue un gran admirador de Newton (cf. la «Carta al lector» al principio del *Essay*), como lo fueron, por supuesto, la mayoría de sus contemporáneos ingleses. No es, pues, sorprendente que Locke arguya en favor de la independencia del tiempo con respecto al movimiento. Pero añade algo de considerable importancia. Dice que se cree que el mundo fue creado 5639 años antes, es decir, ya que escribía en 1689, en el año 3950 a.C., pero Locke no cree que el sistema solar fuera creado en el comienzo mismo. Sin embargo, «año significa una duración igual al ciclo anual del Sol». Por consiguiente, podía parecer que la creencia que Locke menciona defiende que el mundo fue creado algunos ciclos solares antes que la creación del Sol. Y sin duda no es así; lo que se afirma es más bien que la duración del mundo antes de la creación del Sol *equivale* a la duración de esos ciclos anuales del Sol.

> Una vez que la mente se ha apropiado una medida del tiempo tal como la del ciclo anual del Sol, puede aplicar esta medida a duraciones en las que éste no existe...[20]

Ahora bien, puede que el lector haya pensado que esto se podía explicar considerando la existencia de otros movimientos periódicos reales que funcionarían como «relojes» en ausencia del Sol. Pero Locke no quiere decir eso: él defiende

que incluso si (contra los hechos) un acontecimiento *X* tuvo lugar antes que la creación *Y*, y no sucedió o existió *nada* entre *X* e *Y*, habría aún un determinado número de años en los que *X* precedería a *Y*.

> Yo puedo imaginar que la luz existió tres días antes que existiera el Sol, o que hubiera cualquier otro movimiento, simplemente pensando que la duración de la luz antes de que el Sol fuera creado era tan larga que (si el Sol se hubiera movido entonces como lo hace ahora) habría sido igual a tres de sus revoluciones...[30]

Nos hallamos ante el punto crucial del problema: la verdad del enunciado «*X* aconteció cinco años antes que *Y*» depende de la verdad del condicional contrafáctico «Si el Sol hubiera existido en el tiempo de *X*, entonces hubieran sido cinco los ciclos anuales del Sol entre el tiempo de *X* y el tiempo de *Y*». Esto no puede ser una verdad acerca de los mundos posibles: hay un mundo posible en el que Dios crea el Sol el sexto día y no el cuarto, y para todo número *n* existe un mundo posible en el que el Sol de hecho da *n* revoluciones anuales entre el tiempo de *X* y el tiempo de *Y*.

Leibniz escribió una extensa obra, *Nouveaux Essais sur l'entendement humain* («Nuevos ensayos sobre el entendimiento humano») en la que refuta, párrafo a párrafo, el *Essay* de Locke. Cuando llega a la cuestión de cómo podemos hablar con sentido de que algo aconteció, por ejemplo, tres días antes que la creación del Sol, Leibniz da una respuesta enigmática:

> Este vacío que se puede concebir en el tiempo indica... que el tiempo... [se extiende] tanto a lo posible como a lo existente.[31]

Pero en el capítulo siguiente añade algo que muestra que ha caído en la cuenta que está en juego algo más:

> ... Si hubiera un vacío en el tiempo, es decir, una duración sin cambios, sería imposible determinar su duración. De donde resulta que... no se podría refutar a quien sostuviera que dos mundos, de los que uno sucede al otro, están en contacto en cuanto a la duración, de tal forma que uno empieza necesariamente cuando el otro acaba, sin posibilidad de un intervalo.[32]

Esta nota centra con claridad la discusión en el punto decisivo. En ninguna teoría del tiempo de la tradición aristotélica, para la que no existe el tiempo con independencia del movimiento, puede darse algo así como tiempo vacío. Si no sucede nada, no fluye el tiempo. Y si intentamos imaginarnos un intervalo de tiempo durante el cual no sucede nada, sólo lo conseguimos engañándonos. Y nos podemos engañar de dos maneras: podemos hacer una falsa analogía con algo palpable (una caja sin nada dentro; una calle vacía) o podemos imaginarnos a nosotros mismos viviendo en ese intervalo (y en este caso el «reloj» es la sucesión de nuestros pensamientos y sentimientos).

Y ¿qué hay de la afirmación de que las tinieblas cubrían la superficie del abismo tres días antes de que existiera el Sol? ¿Puede no ser verdadera? Prescindiendo de la solución de que en lugar del Sol otros procesos «mantienen el tiempo», esto se reduce al problema de la verdad del contrafáctico: el Sol habría dado tres vueltas alrededor de la Tierra, si hubiera existido. ¿Puede no ser verdadera? Leibniz tendrá que responder: no en este caso. El contrafáctico podría ser cierto, pero sólo si otros movimientos periódicos señalan tres días en ese intervalo, haciendo de ese modo verdadero el contrafáctico.

Y ésta ha de ser la dirección general de la respuesta de Leibniz: un contrafáctico puede ser verdadero, pero sólo porque algún enunciado fáctico es verdadero. Tomemos por ejemplo la frase «Si abriera mi cajón, vería un tintero». Es verdadera porque *hay* un tintero en el cajón (y porque tengo buena vista, etc.). Sería sumamente difícil hacer una exposición general de las condiciones fácticas que hacen verdaderos o falsos a los contrafácticos. Queremos decir que lo que se quiere dar a entender es que en cualquier mundo posible alternativo que sea como el nuestro *en los aspectos relevantes* y en el cual resulta que es verdadero que abro el cajón, es también verdadero que veo un tintero. Pero en ese caso es muy difícil especificar cuáles son estos aspectos relevantes.[33] En el ejemplo anterior, sin embargo, no hay *ex hypothesi* condiciones físicas relevantes tales que si permanecen las mismas, y existe también el sistema solar, entonces el Sol ha de dar

exactamente tres revoluciones en dicho intervalo. En nuestro problema, no hay *ex hypothesi* ninguna condición fáctica que haga verdadera la contrafáctica (prescindiendo del hecho del tiempo absoluto, cuya existencia es la que está aquí en cuestión).

Con más concisión Leibniz no necesita explicar cómo es posible que haya tiempo vacío, ya que puede coherentemente negar que pueda haber tiempo vacío. Por otra parte hemos de añadir que ha estado rondando agazapada otra cuestión difícil. Y es: ¿Cómo se relaciona la cantidad de tiempo transcurrido con el tipo de movimiento que se da? Por ejemplo, ¿qué pasa si no hubiera movimientos periódicos, sino sólo movimientos irregulares? Pospondremos este tipo de cuestión, ya que no se consiguió mucha claridad en este campo hasta los tiempos de Jules Henri Poincaré.

Desenmarañados estos hilos, es más bien fácil afrontar el reto que procede de Aristóteles. El problema era: ¿Cómo puede haber un primer instante, siendo así que no podemos concebir un primer instante? Después del adiestramiento a que Leibniz ha sometido nuestra imaginación, preguntamos inmediatamente qué significa «concebir un instante». Lo que no se puede querer decir es una especie de acto fortuito de trazar, pongamos por caso, un punto en una línea. Esto a lo sumo equivaldría a imaginar algo que pretende representar el tiempo; y la pregunta sería entonces si representa al tiempo adecuadamente. Pero entonces la única manera de concebir el tiempo t es concebirlo como el tiempo en el que acontece algo X. Y entonces la afirmación de que para cualquier t podemos concebir un t' anterior a t equivale a: para cualquier acontecimiento X podemos concebir un acontecimiento X' que acontece antes que X. Pero no tenemos necesidad de afirmar por ello que a X le ha de preceder un acontecimiento X'. Más bien, Leibniz lo explica perfectamente diciendo que estamos considerando un mundo posible (alternativo) en el que X' precede a X.

3. *CONEXION CAUSAL Y ORDEN TEMPORAL*

a) Objetos físicos y acontecimientos

En el *Scholium* a los *Principia* dice Newton: «Todas las cosas están colocadas en el tiempo en cuanto al orden de sucesión y en el espacio en cuanto al orden de ubicación».[34] La deliciosa simplicidad de este enunciado es en gran parte ilusoria; el empleo del término-encubridor «cosas» obscurece muchas distinciones importantes. Algunas cosas *existen*, otras *acontecen*, y todavía otras *se dan*. El primer coche que tuve, Betsy, existió desde 1950, año de su construcción, hasta 1962, en que lo desmontaron. Pero no es correcto decir que Betsy «aconteció», o que «era el caso que» Betsy, o que Betsy «se dio». Betsy es un *objeto físico*, permanente; suceden los *acontecimientos*, y no los objetos físicos, y se dan los *estados de cosas* o *situaciones*. Lo que acontece, acontece en el tiempo, y lo que existe, existe en el tiempo; pero estas dos maneras de ser en el tiempo son distintas.

Esto lo expuso detalladamente Aristóteles, quien se sirvió de su propia teoría del tiempo para hacer la distinción.[35] En dos sentidos importantes se puede decir que algo está en el tiempo. En el primero, si es medido por el tiempo (puesto que el tiempo es la medida del movimiento, los movimientos o *procesos* están en el tiempo en este primer sentido). En el segundo, si es sujeto de algo que está en el tiempo en el primer sentido (es decir, los objetos materiales están en el tiempo en el segundo sentido, pues el sujeto de un movimiento es uno de estos objetos). En este sentido, algo que está en reposo está también en el tiempo, ya que propiamente no se puede decir de una cosa que está en reposo a no ser que sea capaz de movimiento. Por ejemplo, el número dos no está en movimiento, ni está en reposo; no hay ningún sentido según el cual está en el tiempo.

Hasta aquí estas distinciones son adecuadas, pero además de movimientos hemos de tener en cuenta acontecimientos y estados de cosas (situaciones).[36] Examinemos los enunciados:

1) Mientras Y cambiaba de G a H, X era F.
2) Mientras Y cambiaba de G a H, X explotó.

La cláusula «*Y* cambiaba de *G* a *H*» describe un proceso. Pero la cláusula «*X* era *F*» describe una *situación*, un *estado de cosas* (el que *X* es *F*), o si se prefiere, describe un *estado* de *X* (su ser *F*). La cláusula «*X* explotó» no describe ni un proceso ni un estado, sino un *acontecimiento* (la explosión de *X*). De manera que lo que se afirma *es que un cierto estado* se daba (o que un cierto evento acontecía) mientras tenía lugar el proceso en cuestión. Así pues, las relaciones temporales se dan entre acontecimientos, estados, situaciones (estados de cosas) y procesos.

Podemos simplificarlo un tanto. Para describir una situación (o estado de cosas), podremos limitarnos a describir los estados de todos los cuerpos implicados en ella. De ahí que, en realidad, no es necesario incluir situaciones además de estados. Segundo, decimos que un proceso tiene lugar cuando un cuerpo cambia de un estado a otro. Ordinariamente pasará por algunos estados intermedios. En un proceso, pues, un cuerpo pasa por una serie de estados sucesivos. Habremos descrito el proceso si hemos detallado esta serie de estados. Por consiguiente, tampoco parece necesario considerar procesos además de estados.

Entre las entidades que son objeto de relaciones temporales nos han quedado estados y acontecimientos. ¿Cuál es la diferencia entre ellos? Es claro que la palabra «acontecimiento» connota repentización, cambio, novedad; escribe P. Bridgman:

> Un examen del uso muestra que el «acontecimiento» es un concepto de gran generalidad, que se aplica a situaciones físicas muy diversas. Sin embargo, en todos sus usos tiene siempre una connotación temporal y supone algún tipo de «acaecer». No nos sentimos inclinados a hablar de un libro que está dejado encima de la mesa como de un «acontecimiento»...[37]

Si hablamos de acontecimiento sólo cuando hay cambio, parece plausible decir que un acontecimiento es un cambio. Supongamos que hay luz hasta las 20.08 y después se corta; al apagón de luz le podríamos llamar un acontecimiento. Pero éste es sólo un tipo de acontecimiento. Supongamos que se corta la electricidad a las 20.08, pero tan sólo por

un segundo. Si los acontecimientos son cambios de estado, entonces tendríamos que decir que hay tres estados y dos acontecimientos, siendo los acontecimientos el paso de la luz de encendida a apagada, y de estar apagada a encendida. Pero nos sentimos mucho más inclinados a decir que ha sucedido sólo una cosa. («¿Fue aburrido estar una hora sentado en esa habitación?». «Sí. Todo lo que pasó fue un apagón de luz de un segundo».)

Al menos algunos acontecimientos son estados de muy corta duración. Aun así, hemos de considerar que algunos acontecimientos son cambios de estado; ¿hemos de contarlos entre las entidades básicas que son «relata» de las relaciones temporales? Pero un cambio de estado es simplemente el caso límite de un proceso; pasa por una serie de estados con sólo dos miembros. Queda descrito por completo cuando describimos este par de estados.[38] Esto quiere decir que los únicos acontecimientos que de hecho hemos de tener en cuenta son aquellos que son estados de corta duración. En la historia de la teoría del tiempo ha tenido lugar una inversión interesante de la terminología. Las cuestiones que acabamos de discutir sólo se plantean con esta claridad en los escritos de Bertrand Russell, Alfred North Whitehead y Hans Reichenbach. Y el término que emplean para lo que nosotros hemos llamado estados y acontecimientos que son de hecho estados de corta duración no es el de «estados» sino «acontecimientos». Seguiremos esta convención, pero a veces tendremos que señalar que estos acontecimientos *son* estados de objetos.

Volvamos a la pregunta ¿Qué está en el tiempo? Están directamente en el tiempo aquellas entidades que son los «relata» básicos de relaciones temporales: los *acontecimientos*. A ciertos conjuntos de acontecimientos simultáneos se les llama estados de cosas, situaciones o circunstancias: también éstos están en el tiempo. A ciertas series de acontecimientos sucesivos se les llama procesos, y éstos también están en el tiempo. En el segundo y tercer caso estamos ante entidades complejas que se dice que están en el tiempo porque lo están los elementos que los integran. Los objetos físicos están en el tiempo indirectamente: se dice que están en el tiempo porque los acontecimientos (que están directamente en el tiempo)

acaecen a los objetos físicos y son, en otra terminología, estados de estos objetos. Por ejemplo, mi coche Betsy existió en el tiempo —de 1950 a 1962— porque todos los acontecimientos que le acaecieron (todos sus estados) tuvieron lugar en esos años.

Vamos a fijarnos más detenidamente en las relaciones entre objetos y acontecimientos, en parte para uniformar algo más nuestra terminología.[39]

Un intento muy importante de interrelacionar el discurso acerca de los objetos con el discurso acerca de los acontecimientos fue el que hizo Reichenbach.[40] Hizo ver el paralelismo entre la atribución de una propiedad a un objeto y la afirmación de que ha ocurrido un acontecimiento (se ha llegado a un estado). Por ejemplo, las dos sentencias siguientes son en cierto sentido equivalentes:

3) Isabel fue coronada.
4) La coronación de Isabel tuvo lugar,

y también las dos siguientes:

5) La dinamita explotó.
6) La explosión de la dinamita ocurrió.

Cuando tomamos sentencias más complicadas, la traducción del lenguaje-objeto al lenguaje-acontecimiento, y viceversa, se vuelve también más complicada. Las determinaciones de tiempo y lugar juegan un papel un tanto independiente. Como prueba valga la equivalencia:

7) Isabel fue coronada en 1952 en la Abadía de Westminster.
8) La coronación de Isabel tuvo lugar en la Abadía de Westminster en 1952.

Otras modificaciones adverbiales introducen ulteriores complicaciones, pero no son relevantes ahora. Aunque nos limitemos a sentencias simples del tipo 3), advertimos que el inglés (o el castellano) puede no tener contrapartida idiomática para generar la sentencia-acontecimiento. Así, para

9) la pelota era roja ayer

sólo tenemos equivalentes de lenguaje-acontecimiento rebuscados tales como:

10a) El ser roja la pelota tuvo lugar ayer.
10b) Un caso de ser roja la pelota ocurrió ayer.

Es importante advertir aquí que 10b) es una paráfrasis de 9) mejor que 10a). Supongamos que se pintaba la pelota varias veces y que era roja martes y jueves, y blanca lunes, miércoles y viernes. En ese caso parecería más natural considerar como dos acontecimientos distintos el ser roja la pelota el martes y el serlo el jueves. De modo que un caso en que era roja aconteció el martes (o fue el caso el martes), otro caso el jueves.

A veces el inglés (y el castellano) tiene descripciones idiomáticas de acontecimientos («coronación», «explosión») y otras no. Con todo, siempre se pueden apañar descripciones tales como 10a) y 10b). Por esta razón propuso Reichenbach este modelo general:

11) «(El objeto) *X* tiene (la propiedad) *F* en el tiempo *t*» es verdadero si y sólo si «*Un* (caso de) ser *F X* en el tiempo *t*» es verdadero.

Por tanto, la manera general de describir un acontecimiento, es decir, que es un caso de ser *F X* (reemplazando los términos correspondientes a la propiedad y al objeto) y que esto acontecía en el tiempo *t* (en substitución de la fecha pertinente).

Seguiremos además esta terminología:

12) Un acontecimiento dado *Y* es un caso de ser *F X* si y sólo si *Y envuelve a X* e *Y envuelve a F*.

Esta formulación se deriva de la terminología que se emplea, por ejemplo, cuando se dice que una persona o un coche están envueltos en un choque o en un accidente. Claro que es rebuscado ampliar la terminología de esta manera, pero la ampliación tiene muchas ventajas. En general es más sencillo decir que un acontecimiento envuelve determinada propiedad que decir que es un caso de que esto o aquello tiene esa propiedad. Hace también más sencilla la definición de

una importante relación entre acontecimientos: *la genidentidad*. Dos acontecimientos son genidénticos si le suceden al mismo objeto, si pertenecen a la historia del mismo e idéntico objeto.

13) Los acontecimientos *X* e *Y* son *genidénticos* si y sólo si hay un objeto *Z* tal que *X* envuelve a *Z* e *Y* envuelve a *Z*.

La historia de este objeto *Z* es entonces el conjunto de todos los acontecimientos en los que está envuelto.

Queda aún buen número de cuestiones por contestar sobre los acontecimientos. Por ejemplo, ¿puede haber acontecimientos que no envuelvan a ningún objeto físico?, ¿acontecimientos que envuelvan a más de un objeto?, ¿acontecimientos que envuelvan relaciones entre objetos? ¿Son igualmente ricos el lenguaje-objeto y el lenguaje-acontecimiento? ¿Teóricamente se podría prescindir de uno de los dos lenguajes? Todas estas preguntas son importantes desde el punto de vista de la filosofía de la ciencia, dado el predominio de ambas clases de discurso en las discusiones de física y en las descripciones del mundo físico. Algunas de estas preguntas serán más tarde relevantes para nuestros fines, y entonces las discutiremos; pero dejaremos sin contestar otras, más periféricas para la filosofía del tiempo y del espacio.[11]

b) La teoría causal del orden temporal de Leibniz

Leibniz fue el primero de los grandes filósofos que concibió la importancia del tema del orden para la teoría del tiempo y del espacio. Vio que la consideración del orden ha de ser la base de la consideración de la magnitud o cantidad; en este aspecto se anticipó a la orientación que seguiría el desarrollo de la matemática moderna. Su propia teoría del tiempo y del espacio es fundamentalmente una teoría del orden temporal y espacial.* Por eso le acusó Clarke de desa-

---

* La fuente principal del tema, su obra *Initia rerum mathematicarum Metaphysica* («Fundamentos metafísicos de la matemática») se puede entender con independencia de su metafísica general. Los aspectos interesantes de su teoría que pertenecen a este último tema no se tratarán aquí.

tino, pues «*espacio* y *tiempo* son *cantidades;* y *no* lo son *situación* y *orden*».[42] Hay que conceder que Leibniz no logró del todo pasar del orden a la métrica, pero percibió con claridad y precisión la distinción entre ellos.[43]

A diferencia de muchos de sus contemporáneos, Leibniz simpatizaba todavía con gran parte de la tradición aristotélico-escolástica. De ahí que se preguntara: ¿cómo se puede ampliar o generalizar la explicación aristotélica de la *duración* a una explicación del *orden temporal?* Empecemos recomponiendo el recorrido intelectual que llevó a Leibniz de la explicación aristotélica a la suya propia, para exponer después sistemáticamente sus opiniones. Esperamos que lo primero nos dará motivaciones intuitivas de la teoría dentro del contexto filosófico de la obra de Leibniz, que no proporcionaría una mera lectura de su exposición compendiada. Por otra parte, lo segundo, pondrá su teoría al alcance de la crítica desde un punto de vista contemporáneo.

Según Aristóteles, la duración, cantidad de tiempo, es la medida del movimiento (en general, del cambio) según lo anterior y lo posterior. Esta explicación presupone las nociones de medida o magnitud, de cambio físico o proceso, y de orden temporal. Podemos reformularla así:

> La magnitud temporal (duración) de un cambio físico es su magnitud respecto al orden temporal.

La pregunta que suscita es: ¿podría usarse la noción de cambio físico utilizada aquí, quizá en unión con otros conceptos, para hacer una exposición similar del orden temporal? El punto de partida obvio para responder a esta pregunta es la descripción aristotélica de cambio físico. Como ya hemos hecho notar, esta exposición presupone la noción de una substancia física (u objeto) sujeta a múltiples determinaciones que se agrupan en familias contrarias entre sí. Aristóteles caracteriza esta oposición en términos temporales:

1) Es imposible que los predicados contrarios convengan a la vez a lo mismo.[44]

Pero hay dos maneras de considerar esta caracterización. Podemos pensar que es una determinación o definición de *predicado contrario* en términos de *necesidad* y *simultaneidad*. Podemos pensar también que es una explicación de por qué ciertos predicados no convienen nunca simultáneamente a la misma cosa. A la pregunta

2a) ¿Por qué nada es (en toda su superficie) a la vez rojo y verde?

la teoría compendiada en 1 responde:

2b) Es imposible que sea así, porque *rojo* y *verde* son miembros distintos de una familia de predicados contrarios.

Una posible objeción a esta respuesta es que el término «contrario» sólo puede ser definido por 1; por tanto, la respuesta es circular. Pero esta conclusión no se sigue. Concedamos que ésta fuera la única manera que tuviéramos de definir «contrario» aquí; sin embargo, mientras *no* lo definimos no hay circularidad. Este tipo de objeción la urgiría con más fuerza un filósofo que sostuviera que los términos *tienen* alguna significación determinada; que defendiera que entre todos los sinónimos de un determinado término, uno de ellos da su significación real. Kant parece ser de esta opinión en el pasaje de la *Dissertatio:*

> Y dista tanto de que alguien deduzca y explique de otra manera alguna vez el concepto de tiempo aun con ayuda de la razón, que hasta el mismo principio de contradicción lo presupone, incluyéndolo como una condición. Pues A y no-A no son incompatibles si no se piensa de la misma cosa a la vez (es decir, al mismo tiempo); pero sucesivamente (es decir, en tiempos diferentes) pueden ambos convenir a la misma cosa. Por consiguiente la posibilidad de cambios sólo es pensable en el tiempo: el tiempo no es pensable por los cambios, sino *viceversa*.[15]

Pero a ésta oponemos la opinión de que los términos de un lenguaje natural no tienen una significación única y definida; si se puede usar un término para definir a otro, entonces, por lo general, se puede usar el segundo para definir al pri-

mero. Toda clasificación en términos definidores y términos definidos es una construcción artificial. Una tal jerarquía de definiciones puede tener, por supuesto, una función importante: hacer entender lo que se quiere decir, servir de *explicación*. Pero no hay ningún término que no pueda figurar entre los que son objeto de una explicación adecuada, como parece sostener Kant acerca del término «tiempo».

Volviendo a nuestra reflexión sobre el curso del pensamiento de Leibniz, observamos que una misma cosa puede ser sujeto de propiedades contrarias: estas determinaciones contrarias pueden existir en la misma cosa con tal que estén *separadas temporalmente*. Su contrariedad no hace (a diferencia de la contradicción) que la existencia de una excluya la existencia de la otra; pero sí las separa. Y si están separadas, forman un dominio de entidades distintas, y este dominio es ordenable. El dominio es la historia del mundo, y el orden el *tiempo*. Este es el sentido de los párrafos iniciales de *Initia rerum mathematicarum metaphysica:*

> Dada la existencia de una multiplicidad de circunstancias concretas que no se excluyen mutuamente, las denominamos *contemporáneas* o *coexistentes*. De aquí que consideremos los acontecimientos de años pasados como no co-existiendo con los del año presente, ya que están calificados por circunstancias incompatibles.
>
> *El tiempo es el orden de las cosas no-contemporáneas*. Constituye así el orden universal del cambio en el cual ignoramos la clase específica de cambios que ha tenido lugar.[16]

Algunas circunstancias están temporalmente separadas porque son actualizaciones de posibilidades contrarias; otras, porque están *calificadas* por tales circunstancias intrínsecamente incompatibles. El uso del concepto de *calificación* introduce ciertamente un nuevo elemento en la teoría, que luego examinaremos más ampliamente. De momento preguntamos: ¿cómo están ordenadas estas circunstancias separadas temporalmente unas respecto de las otras? Leibniz responde a esta pregunta con el primer esbozo de una *teoría causal del tiempo:*

> Cuando uno de dos elementos no-contemporáneos contiene el fundamento del otro, el primero se considera como el *antecedente*, y el

segundo como el *consecuente*. Mi primer estado de existencia contiene el fundamento de la existencia del último. Y dado que, debido a la relación entre todas las *cosas*, el primer estado en mí *contiene* también el primer estado de la otra cosa, contiene también el fundamento del último estado de la otra cosa, y es, por tanto, anterior a ella.[47]

En otras palabras, según Leibniz, las diversas circunstancias (o estados de cosas) están relacionadas las unas con las otras como la causa con el efecto, y la causa es, por definición, lo primero. Tras esta sumaria introducción a su teoría, volvamos a la exposición sistemática de la misma.

En los pasajes que acabamos de citar, Leibniz se refiere a *circunstancias*. Es claro que con este término quiere decir situaciones, estados y acontecimientos. Consideraremos, pues, las relaciones entre circunstancias que él introduce (exclusión mutua o *contrariedad* y *calificación*) como relaciones entre acontecimientos. En el lenguaje de estas nociones primitivas sienta (de hecho) esta definición:

3) Los acontecimientos son *contemporáneos* si y sólo si no son contrarios [no se excluyen mutuamente] y no están calificados por acontecimientos contrarios.

Es claro que por acontecimientos contrarios entiende Leibniz aquellos que corresponden al hecho de tener propiedades contrarias. En nuestra terminología:

4) Los acontecimientos son *contrarios* si y sólo si envuelven el mismo objeto y propiedades contrarias.

Tanto la contemporaneidad como la contrariedad se supone que son relaciones *simétricas* —es decir, si X tiene la relación con Y, Y la tiene con X—. Según Leibniz, el tiempo es el orden de los acontecimientos que no son contemporáneos. Para definir este orden introduce una relación *asimétrica*, la relación de causalidad o (en su terminología) la relación de *contener el fundamento de*. Utilizando esta relación, puede definir la relación de prioridad temporal:

5) El acontecimiento X es *anterior* al acontecimiento Y si y sólo si, o bien X contiene el fundamento de Y, o algún

otro acontecimiento Z que es contemporáneo de X contiene el fundamento de Y.

La teoría del orden temporal viene dada por las definiciones 3 y 5, que definen las dos relaciones temporales básicas: la de contemporaneidad (simultaneidad) y la de anterioridad (sucesión).

Pero una teoría puede ser adecuada o inadecuada, aunque se presente en forma de un conjunto de definiciones. En concreto habríamos de considerar como parte de la teoría las afirmaciones de que la contrariedad, la calificación y la causalidad son relaciones entre acontecimientos (simétricas las dos primeras y asimétrica la tercera).

Consideremos ahora dos tipos de cuestiones que se le pueden plantear a la teoría. El primero surge si aceptamos sin más las nociones básicas de acontecimiento, contrariedad, etcétera, y nos preguntamos: ¿cuáles son los presupuestos acerca del mundo en los que la teoría del orden del tiempo de Leibniz será una explicación correcta? Y el segundo tipo de cuestión surge si rehusamos aceptar como válidas sin más las nociones básicas y pedimos también una explicación de las mismas. Empecemos por el primer problema.

¿En qué condiciones es adecuada la exposición de Leibniz? El objetivo de Leibniz es definir las relaciones temporales entre acontecimientos a partir de otras relaciones. Y, por tanto, ha de sostener que estas otras relaciones se dan precisamente en aquellos casos en los que estamos dispuestos a admitir las respectivas relaciones temporales. Consideremos la relación de estar separado temporalmente (no-contemporaneidad). A primera vista uno diría que muy probablemente no es necesario que dos acontecimientos sean simultáneos, aunque no sean contrarios, ni es necesario tampoco que sean respectivamente simultáneos de otros dos acontecimientos contrarios. En último término ¿qué tiene que ver el que sean o no simultáneos con sus propias características, o con que se den otros acontecimientos?

Consideremos en primer lugar un caso sencillo. Supongamos en la historia del mundo un corto intervalo durante el

cual todos los acontecimientos son compatibles unos con otros; y durante el cual, sin embargo, unos acontecimientos tienen lugar *después* que otros. ¿Es esto posible? Esto lleva como consecuencia necesaria que durante ese intervalo no cambie nada, ya que el cambio es el paso de un término o estado a otro contrario. Es decir, la posibilidad de la situación descrita presupone que puede haber un lapso de tiempo en el que no hay cambio. Y esto (que el tiempo es independiente del cambio) contradice a la tradición filosófica aristotélica, tradición que Leibniz quiere respetar.

Pero, muy probablemente, el cambio puede ser periódico. ¿No podríamos tener dos estados del mundo, separados por un estado contrario, pero sin que fueran ellos mismos contrarios el uno al otro? En este punto podemos referirnos a la opinión de Leibniz de que el primer estado contiene el fundamento del último. De modo que si tenemos un estado *A*, seguido de un estado *B*, seguido de un estado *A*, el primer estado *A* es tal que causa (o contiene el fundamento de) una secuencia subsiguiente de estados (un estado *B*, después un estado *A*, después...). En esto podría diferir el primer estado *A* del segundo estado *A*.

Supongamos, sin embargo, que la historia del mundo es completamente simétrica respecto de estos estados *A*. ¿Qué pasa en ese caso? Ante todo hemos de hacer notar que nuestra hipótesis es ahora cosmológica y que en los problemas cosmológicos con frecuencia no es fácil desligar la parte empírica de la lógica. De modo que ciertas hipótesis cosmológicas pueden muy bien ser posibles respecto de una postura filosófica y ser absurdas o incoherentes respecto de otra. En el famoso debate entre Clarke y Leibniz, Clarke preguntó a Leibniz cómo podía explicar, coherentemente con la teoría relacional del tiempo, el hecho de que el mundo podía haber sido creado dos años antes del tiempo real de la creación. Leibniz respondió que esto no era un hecho, que la hipótesis era absurda, y que sólo tenía que dar una explicación de la impresión o sensación que tuviera sentido. El núcleo del problema se reduce a que en la teoría del tiempo absoluto defendida por Newton y Clarke, la hipótesis es posible, y en la teoría relacional del tiempo es imposible. Y tratándose de una

hipótesis cosmológica no se puede preparar una situación experimental que decida entre estas dos posturas antagónicas.

Análogamente, uno sospecha que es incompatible con la postura de Leibniz la hipótesis cosmológica de que dos estados puedan no ser contrarios y tener secuencias enteramente iguales de estados que les preceden y suceden. Leibniz no consideró explícitamente esta hipótesis, de manera que sólo podemos especular sobre lo que habría dicho. Sin embargo, parece razonable creer que habría apelado al principio (llamado ahora *principio de Leibniz* o *principio de la identidad de los indiscernibles*) que dice que dos entidades distintas han de ser diferentes en algún aspecto. Un buen ejemplo de utilización del principio en relación a una hipótesis cosmológica se encuentra en su cuarta carta a Clarke, en una discusión de si Dios podría hacer avanzar todo el universo.[48] No obstante, la aplicación de este principio a hipótesis de historias del mundo simétricas o periódicas no se hizo hasta mucho después (véase cap. III, sec. 1).

Podemos examinar de forma semejante los presupuestos de la definición de prioridad temporal en términos de causalidad. Tal como la hemos formulado, la definición 5 presupone, para que sea adecuada, que todo lo que acontece en un tiempo dado t tiene una causa en cualquier tiempo anterior. Enunciado en la terminología que introducen las definiciones, esto equivale a: Si X e Y no son contemporáneos, entonces o X es contemporáneo de alguna causa de Y o Y es contemporáneo de alguna causa de X. Ahora bien, es claro que una teoría no es completa a menos que postule que se den los presupuestos de sus definiciones (a estos postulados los llamaremos «postulados de adecuación»). Que Leibniz percibió con claridad la necesidad de un tal postulado de adecuación de la definición 5 lo sugiere su afirmación, en este contexto, de que «el primer estado en mí contiene también el primer estado de la otra cosa [y por consiguiente] contiene también el fundamento del último estado de la otra cosa, y es, por tanto, anterior a ella».[49] Y ha de poner algún postulado de causalidad universal para excluir la posibilidad de estados que no son contemporáneos según la definición 3) pero que su teoría no puede definir ni como anterior ni como posterior

uno del otro. La pregunta es: ¿Está fundada esta suposición factual? No se puede contestar a esta pregunta si no tenemos un criterio claro de la relación de causalidad. Y ello nos lleva al segundo grupo de preguntas.

Los comentarios precedentes se basan en una comprensión poco perfilada de lo que Leibniz quiere decir con «califica» y «contiene el fundamento de». Estos términos, sin embargo, están tan lejos de ser claros que estamos tentados de seguir en esta actitud acrítica. Podemos ver que, según Leibniz, si un acontecimiento califica a otro, ambos son simultáneos (de lo contrario, la definición 3 carecería de sentido). Pero ¿qué otra cosa puede significar decir que *X* califica a *Y*? Alcanzamos a ver dos posibilidades:

a) No se ha de considerar que *X* e *Y* son dos acontecimientos que existen independientemente uno del otro.
b) *X* e *Y* son mutuamente independientes, pero entre ellos se da una relación, designada como *calificación*.

Si se elige b), cuesta ver cómo podía defenderse Leibniz de la acusación de que «califica» no es sino un nuevo nombre de simultaneidad, o de la acusación de que ha postulado un nuevo tipo de relación cuya única función es ayudarle a evitar postular un tiempo absoluto.

Por otra parte, si se elige a), la noción de calificación requiere una explicación ulterior. Primero, ¿qué se puede estar pensando al referirse a acontecimientos que son sucesos no mutuamente independientes? Una posibilidad: que se refiera a la postura que distingue entre estados totales y estados parciales; los estados parciales no se han de contar como acontecimientos distintos sino como aspectos de estados totales o como estados totales imperfectamente descritos. En esta concepción, las frases «el coche se moja» y «el coche se halla en un momento *p*» no son sino descripciones inadecuadas de estados totales del coche; en realidad, ambas podrían referirse al mismo estado del coche (si el coche se mojaba exactamente igual cuando se hallaba en ese momento). Así pues, en esta concepción las dos frases no se refieren a acontecimientos distintos (aunque se podría decir que se refieren a

aspectos distintos de acontecimientos). Y en ese caso la relación *calificar* se podría definir de manera adecuada como *ser aspectos del mismo estado total*. Podríamos pedir aquí un criterio acerca de qué se entiende por estado total. Por ejemplo, ¿podemos referirnos al estado total de una pata de una mesa? O acaso cualquier estado de una de las patas ¿no sería más bien un aspecto del estado total de la mesa? (Es obvio que se podría plantear esta cuestión con referencia a los sistemas físicos y sus componentes en general.)[50]

Otra posibilidad es que se haga referencia a lo que podríamos llamar acontecimientos de «segundo orden», acontecimientos que suceden o envuelven a otros acontecimientos. Ejemplos de esta clase de acontecimientos podrían ser: contemplar una explosión, fotografiarla. Por descontado, ambos ejemplos se refieren a actos humanos: son *de alguien*. La clase de relación que se da cuando una persona observa, fotografía, detesta... algo, se llama una relación *intencional*. Evidentemente la intencionalidad no es objeto de la filosofía natural, pero la cuestión que se plantea es si no se dan relaciones análogas en la naturaleza. Si las hay, tenemos casos de acontecimientos cuyo acaecer no es lógicamente independiente; por ejemplo, la observación de una explosión no habría podido tener lugar si no hubiera habido explosión. Ha habido filósofos de la naturaleza que defienden que tal interdependencia se da entre acontecimientos físicos.

Pero pienso que es también evidente que en ambos casos se habrían de dar muchas más explicaciones. En la filosofía de la naturaleza de Leibniz no encontramos ni una explicación de la relación del estado parcial al total, ni de los acontecimientos de segundo orden. (Probablemente Leibniz no pretendió desarrollar una filosofía natural independiente, sino que la consideró sólo parte de un sistema metafísico total. Pero el estudio de su metafísica nos apartaría del objetivo de esta investigación.)

Análogamente, hoy no puede satisfacernos el uso que Leibniz hace de los conceptos causales. Al lector moderno le viene inmediatamente a la memoria la concienzuda y radical crítica que Hume hizo de estos conceptos. No podemos esperar que Leibniz conteste a las preguntas de Hume medio

siglo antes de que éste las hiciera. Pero desde una perspectiva contemporánea, no podemos menos que lamentar la confianza de la teoría del tiempo de Leibniz en la teoría racionalista de la causalidad.

c) *Las analogías de Kant y la teoría de Lechalas*

I. ALGUNAS OBSERVACIONES SOBRE EL MÉTODO FILOSÓFICO. Hemos encontrado ya dos ejemplos paradigmáticos del método de construcción de una teoría en filosofía: la construcción aristotélica de una teoría de la duración y la de Leibniz de una teoría del orden temporal. No obstante, la construcción de una teoría no es el único método filosófico.[51] Hemos encontrado también más de un ejemplo de lo que llamaremos el *método fenomenológico*. No nos referimos al método fenomenológico desarrollado este siglo por Edmund Husserl y su escuela, sino a ejemplos de la misma manera global de afrontar los temas que encontramos ya mucho antes en la historia de la filosofía.

El primer ejemplo de este método que hemos visto ha sido el argumento de Aristóteles de que el tiempo no es independiente del cambio: no podemos tener experiencia de un lapso de tiempo si no es por una experiencia de cambio. (Por ejemplo, cuando Rip Van Winckle * se despertó, no tenía conciencia de ningún cambio importante y, por consiguiente, no cayó en la cuenta de que había transcurrido mucho tiempo desde que se fue a dormir por última vez). Aristóteles interpela al lector para que reflexione cómo experimenta el mundo. Le pide, en efecto, que trate de imaginar cómo podría experimentar la duración de otra manera que no sea experimentando el cambio.

Al admitir que no podemos imaginar *A* (o tener experiencia de *A*) con independencia de *B* (o de experimentar *B*), se concluye que son también interdependientes los conceptos

---

* Personaje de *The Sketch Book* de Washington Irving, que tras estar dormido veinte años volvió a su pueblo.

de *A* y de *B*. ¿Por qué es ésta una conclusión fundada? Equivale a aceptar el principio de que lo que podemos o no podemos imaginar es indicio de interconexiones conceptuales, o más pomposamente, de la estructura de nuestro marco conceptual. Y no parece irrazonable en la medida en que sólo investigamos nuestro propio marco conceptual. Pues difícilmente puede decirse que se tiene un concepto de *X*, si no se puede imaginar *X* o pensar en *X*; y viceversa, si puedo imaginar *X* y pensar sobre *X*, entonces *yo* tengo concepto de *X*. Esta es, con todo, una presentación muy simple del método. Para una discusión más detallada y precisa remitimos ante todo a la obra de Husserl sobre la abstracción eidética y el método de la variación libre.[52] En la tradición analítica este método se discute sobre todo en relación con el tema de la intensión.[53] Ejemplos de un uso ingenuo y no autocrítico del método se pueden encontrar en el *Treatise of Human Nature* («Tratado de la naturaleza humana») de David Hume.[54]

Toda precaución es poca en la utilización de cualquier método filosófico. En particular nos fijaremos en dos incorrecciones en el uso de este examen fenomenológico. La primera es el error de hacer una generalización infundada. Que yo no pueda concebir algo no quiere decir que no sea concebible; mi imaginación puede necesitar educación. En efecto, es posible que hoy nadie sea capaz de concebir una cierta posibilidad y que, sin embargo, sea concebible: pueden ocurrir cambios radicales en nuestro marco conceptual corriente. (Hay, por supuesto, una ambigüedad en «no pueda concebir»: se puede referir al marco conceptual actual de alguien, o puede tener en cuenta la posibilidad de cambio conceptual). El segundo error tal vez deba atribuirse a la influencia histórica del método geométrico. Consiste en concebir nuestro marco conceptual como si éste fuera una especie de *teoría deductiva* tácita, implícita o inconsciente. Si la estructura de nuestro marco conceptual se asemeja a la estructura de una teoría deductiva, entonces tiene una jerarquía de principios y una jerarquía de conceptos. La primera corresponde a la jerarquía de axiomas y teoremas, y la segunda a la de términos primitivos y términos definidos. Si nuestro marco conceptual tiene realmente tal estructura jerárquica, entonces el

objeto propio de nuestra investigación filosófica es poner al descubierto los principios básicos y exponer los conceptos básicos, que juntos constituyen el fundamento de toda nuestra imagen del mundo.

Esta concepción, que se apoya en el paradigma de la geometría euclídea, ha tenido una influencia enorme en el desarrollo de la filosofía occidental. Pero podemos hacer que deje de atenazar nuestro pensamiento echando una ojeada adicional al desarrollo de la matemática. Cierto que la geometría euclídea tiene axiomas y teoremas. Pero admite *axiomatizaciones alternativas*, es decir, podemos elegir como axiomas nuevos a algunos de sus teoremas, y en este caso los antiguos axiomas pasan a formar parte del nuevo cuerpo de teoremas. En principio, todo lo que se presenta en una forma axiomática puede presentarse en otras muchas formas axiomáticas. Análogamente, la jerarquía de términos definidores y términos definidos es algo que en gran parte depende de nuestra elección. Con frecuencia, si *A* es definible a partir de *B*, *B* es definible a partir de *A*. Todas estas presentaciones formales alternativas son tan adecuadas las unas como las otras. Y podemos decir que son igualmente adecuadas; en consecuencia, nuestro conocimiento de la materia expuesta es esencialmente independiente de la forma de exponerla.

Esto nos lleva al segundo ejemplo de este método, que hemos encontrado: la objeción de Kant, en su *Dissertatio*, de que no se puede definir el orden temporal en términos de la incompatibilidad de ciertos estados de cosas (situaciones), ya que la noción de simultaneidad es parte del significado de esta incompatibilidad. A esto objetamos que el que «simultáneo» y «mutuamente incompatible» no sean conceptualmente independientes, no establece por ello una jerarquía. Significa que cualquiera de los dos es un candidato a ser definido (parcialmente) a partir del otro. Dependerá de nuestro plan inmediato el orden de definición que elijamos. Puesto que ahora nuestro propósito es explicar el orden temporal, preferiremos dar una definición de «simultáneo», si podemos.

Estas observaciones sobre el método son relevantes porque a continuación vamos a examinar otro ejemplo de investigación fenomenológica. Al menos, así es como interpreta-

remos la sección «Analogías de la experiencia» de la *Crítica de la razón pura* de Kant.[55] Veremos también cómo una investigación de esta índole puede ofrecer al filósofo la materia prima para construir una teoría; pues un filósofo del siglo XIX, el francés Georges Lechalas, la eligió como punto de partida de una nueva teoría del orden temporal.

II. LAS ANALOGÍAS DE LA EXPERIENCIA. La respuesta de Kant a la pregunta general, ¿cuál es la estructura de nuestra experiencia?, se puede resumir así: nos experimentamos como percibiendo otras entidades y a nosotros mismos en un mundo, que tiene una cierta estructura. La pregunta siguiente es, pues: ¿cuál es la estructura de este mundo percibido (fenoménico)? La *Estética trascendental* responde: espacio y tiempo; es decir, experimentamos los objetos de la percepción (externa) como estando totalmente en el espacio y en el tiempo, como espacial y temporalmente relacionados unos con otros. Pero podemos preguntar: ¿qué significa, por ejemplo, decir que percibimos las cosas *como* espacialmente relacionadas unas con otras? La respuesta de Kant a este punto se puede resumir como sigue: el sujeto tiene ya una cierta estructura conceptual y organiza los datos de la percepción dentro de esta estructura. En la *Analítica trascendental* se indaga cuál es el alcance de esta respuesta. Aquí nos limitaremos a considerar una pequeña parte que trata específicamente del tiempo, la sección titulada «Analogías de la experiencia».[56]

El principio de estas analogías es que la experiencia objetiva «es posible sólo mediante la representación de un enlace necesario de las percepciones».[56 bis] Las percepciones mismas vienen en un orden casi enteramente casual, y así no podrían producir sin más una imagen coherente de un mundo, tal como efectivamente tenemos. En concreto, las analogías tratan del tiempo: nosotros percibimos los acontecimientos, y los acontecimientos están ordenados en el tiempo. Y puesto que no percibimos el tiempo mismo, el entendimiento necesita ciertas reglas por medio de las cuales reconstruye este orden. Y estas reglas o principios por medio de las cuales el entendimiento organiza lo que percibe en una secuencia temporal, son las analogías.

El tiempo tiene tres modos principales, dice Kant: permanencia (duración), sucesión y simultaneidad (coexistencia).

> Por eso hay tres reglas de todas las relaciones de tiempo entre los fenómenos, por las cuales puede determinarse a cada uno su existencia con respecto a la unidad de todo tiempo, y esas tres reglas preceden a toda experiencia y la hacen posible.[57]

Lo que estas tres reglas hacen, en la medida que nos interesa para la teoría del tiempo, es enlazar estos conceptos temporales con otros conceptos aplicándolos al mundo físico: la permanencia a la substancia, la sucesión a la causalidad, la simultaneidad a la interacción recíproca.

Primero, nosotros nos representamos los acontecimientos como completamente ordenados en una secuencia temporal. Pero ¿por qué no los concebimos como ordenados en varias secuencias sin ninguna conexión la una con la otra? La respuesta de Kant es que nosotros concebimos todos los acontecimientos como envolviendo objetos y que los objetos permanecen a través de los cambios. Así, un *único* objeto puede estar envuelto en muchos acontecimientos, y ésta es la razón por la cual concebimos que todos estos acontecimientos pertenecen a una única secuencia: la historia de este objeto. Un objeto es una substancia que continúa y permanece, y la primera analogía dice que todo cambio consiste en una alteración en las determinaciones de una substancia que permanece:

> Las substancias (en el fenómeno) son los substratos de todas las determinaciones del tiempo. El nacer de unas y el morir de otras, suprimiría incluso la única condición de la unidad empírica del tiempo, y los fenómenos se referirían entonces a dos clases de tiempo, en los cuales, uno junto a otro, correría la existencia; lo cual es absurdo.[58]

El pasaje que acabamos de citar no excluye la creación, pero sólo la admite si es de todas las substancias a la vez. Excluye la posibilidad de que un objeto nazca o llegue a ser después de la creación; el motivo es que los estados de ese objeto no pertenecerían a la misma historia del mundo. Es una razón muy poco plausible: *prima facie*, aquellos estados serían simultáneos con ciertos acontecimientos de la historia del

mundo y, por ende, también pertenecerían a la misma historia del mundo. Supongamos, no obstante, que todas las substancias dejan de ser y que nacen otras substancias, cuyos estados no son simultáneos con ninguno de los estados de las primeras. La manera como hemos formulado esta suposición sugiere que estas otras substancias existen después de las primeras. Pero un examen más preciso mostrará que esto no se sigue: no hay fundamento para afirmar *ninguna* relación temporal entre los estados de las primeras y los de las segundas, excepto la de no simultaneidad. De manera que no habría modo de ordenarlas a todas conjuntamente en una única historia del mundo. Puesto que admitimos que tal ordenación es siempre posible, esta suposición es absurda. Pero la remoción del absurdo no exige que afirmemos que ninguna substancia comienza o deja de ser.

Por otra parte, Kant emplea en muchos pasajes la palabra «substancia» en singular. Podemos, pues, entenderla también cómo un «término de masa»; con el significado, por ejemplo, de *materia*. En ese caso podemos concluir con él que, dentro de la historia del mundo, toda la materia no deja de ser y luego vuelve a ser de nuevo. Esto no implica que *alguna* materia no pueda ser creada o destruida.

Antes de pasar a la segunda analogía, convendría volver a reflexionar sobre el objetivo de Kant. La imagen del mundo con la que trabaja Kant no es precisamente la «imagen manifiesta» (como la llama Wilfrid Sellars) que nos formamos en la reflexión precientífica. Es la imagen del mundo de la física de su tiempo la que explica por qué quiere deducir que la «substancia es permanente; su quantum en la naturaleza no puede ni aumentar ni disminuir».[58 bis] Se concebía esta imagen científica del mundo como *necesaria* de alguna manera; sus principios no se consideraban como meras verdades casuales. Por esta razón los racionalistas del siglo XVII intentaron inferir alguno de los principios de la física moderna de los principios fundamentales de la metafísica. (Y en esto seguían a los aristotélicos, que intentaron hacer lo mismo en *su* física). Kant, por otra parte, intentó demostrar que los principios básicos de la ciencia moderna corresponden a las características básicas de nuestro esquema conceptual, el cual determina la estructura

de toda posible experiencia. No nos es fácil apreciar cuán fuerte era la influencia que la física clásica tenía en quienes la vivieron. No estamos, por tanto, convencidos de que Kant ponga al descubierto las únicas condiciones bajo las cuales es posible una experiencia objetiva y coherente. Pero podemos convenir con Kant acerca de la importancia del concepto de *substancia* u *objeto físico permanente* para la caracterización de la estructura relacional de los acontecimientos en el tiempo.

De forma análoga la segunda analogía vincula la sucesión a la causalidad. Kant cree haber demostrado que todo lo que acontece se ha de concebir como alteraciones en el estado de una substancia. Y afirma que estas alteraciones tienen lugar según la ley de causa y efecto —todo lo que ocurre «presupone algo a lo cual sigue según una regla». Convencido por la crítica de Hume, afirma Kant que este enlace causal no se percibe en sí mismo, como tampoco el tiempo se percibe en sí mismo.

> ... o con otras palabras: la mera sensación deja indeterminada la *relación objetiva* de los fenómenos sucesivos. Para que sea conocida como determinada, tiene que ser pensada la relación entre ambos estados de tal manera. que por ella quede determinado con necesidad cuál de ellos debe ponerse antes y cuál después y no a la inversa.[59]

No parece añadir gran cosa a la discusión de Leibniz. La ulterior discusión del concepto de conexión causal en esta sección de la segunda analogía trata también de la *continuidad* del cambio y de la acción causal, otra característica de la física clásica que Kant consideró conceptualmente necesaria. Pero desde nuestro punto de vista actual, los aspectos más originales de la discusión kantiana del tiempo conciernen a la simultaneidad.

En el caso de la tercera analogía es instructivo fijarse en el enunciado de las dos ediciones de la *Crítica de la razón pura:*

> Todas las substancias, por cuanto son simultáneas, están en universal comunidad (es decir, acción recíproca mutua).[60]
>
> Todas las substancias, en cuanto pueden ser percibidas en el espacio como simultáneas, están en universal acción recíproca.[61]

En la segunda edición se pone más énfasis en cómo percibimos que ciertas cosas (estados de cosas) existen simultánea-

mente. Algunas veces las percibimos a las dos simultáneamente, es decir, nuestras *percepciones* son simultáneas. Por supuesto que esto no basta para que sean simultáneos dos acontecimientos percibidos: si oímos un trueno y vemos simultáneamente un rayo, y sabemos además que la tormenta está lejos, concluimos que los dos acontecimientos *no* eran simultáneos. Pues sabemos que la propagación del sonido es más lenta que la de la luz. Pero si vemos que suceden dos acontecimientos y juzgamos que están casi en el mismo lugar, y las dos percepciones visuales son simultáneas, concluimos que los acontecimientos han sucedido simultáneamente.

Esta discusión muestra ya que la consideración de la interacción causal es central para los juicios de simultaneidad. (En el caso de la vista, dice Kant que «la luz que juega entre nuestros ojos y los cuerpos del universo efectúa una comunidad mediata entre nosotros y esos cuerpos y así demuestra la simultaneidad de estos últimos».[62] En el caso del oído, la interacción sería por ondas sonoras).

Pero también hay casos más complicados, a saber, cuando estamos situados de tal manera que no podemos percibir a la vez dos acontecimientos coexistentes. Si son acontecimientos cortos, no podemos percibir que son simultáneos. Pero si son objetos, podemos percibir que coexisten por todo un intervalo de tiempo.

> Así puedo colocar mi percepción primero en la Luna y luego en la Tierra o, también al revés, primero en la Tierra y luego en la Luna; y digo que esos objetos existen simultáneamente, porque sus percepciones pueden seguirse la una a la otra y recíprocamente la otra a la una. Ahora bien, la simultaneidad es la existencia de lo múltiple en el mismo tiempo. Pero no podemos percibir el tiempo mismo...[63]

El problema es, pues: ¿por qué, en lugar de ello, no llego a la conclusión de que la Luna aparece cuando miro en cierta dirección y desaparece cuando vuelvo mis ojos a la Tierra? La respuesta de Kant es que, organizando nuestras percepciones en una imagen del mundo que contiene la Luna y la Tierra como substancias permanentes y coexistentes, estamos en disposición de explicar por qué las percepciones pueden seguirse la una a la otra y recíprocamente.

Pero aún quiere decir más: quiere decir que concebimos que la Luna y la Tierra están en interacción recíproca, para que sea plenamente coherente esta imagen del mundo. Sin embargo, no parece que esto esté implicado. La hipótesis de las ondas de luz que enlazan la Luna y la Tierra con el perceptor parece que es suficiente para explicar sus percepciones. Pero evidentemente Kant va tras algo más: desea ofrecer el fundamento necesario de una ley del tipo de la ley de atracción gravitatoria, mutua y universal de Newton.

Nos aproximamos ahora a un argumento al que se le dio más relieve en la primera edición y que reaparece en una nota al final de la sección.[64] Para que una multiplicidad de substancias formen un mundo y existan en un mismo tiempo, es necesario que estén en acción recíproca continua. De no ser así, los estados de una substancia formarían una serie temporal y los de otra substancia formarían otra serie temporal, y no habría medio objetivo de relacionar las dos series.[65]

> La unidad del universo, en el cual deben estar enlazados todos los fenómenos, es manifiestamente una mera consecuencia del principio, admitido tácitamente, de la comunidad de todas las substancias simultáneas... Y si su enlace... no fuera ya necesario por la simultaneidad, no se podría de ésta, como relación meramente ideal, venir en conclusión de aquélla como real. En su lugar hemos demostrado que la comunidad es propiamente el fundamento de la posibilidad de un conocimiento empírico de la coexistencia y que propiamente la conclusión va de ésta a aquélla como condición de ésta.[66]

Como hemos dicho antes, hoy no podemos considerarlo como desvelamiento de condiciones necesarias de una imagen coherente del mundo. Pero podemos conceder que Kant ha rastreado algunas características decisivas de la imagen del mundo de la física clásica y que ha prestado atención a su relación con los conceptos temporales.

III. La teoría causal del orden temporal de Lechalas. A partir de las «Analogías de la experiencia» de Kant, Lechalas intentó definir el orden temporal por medio de los conceptos de la física clásica.[67] A diferencia de Kant, no se propuso una posible fundamentación de toda física coherente ni demostrar que algunas características de la física clásica,

todavía vigente, podían aspirar a la certeza *a priori*. Prefirió usar los conceptos que le ofrecía la física a apoyarse en algún sistema filosófico. Esto confiere más importancia a su empeño, ya que las ciencias existentes suministran una especie de «dato» a la filosofía: para un filósofo, el marco conceptual de la ciencia de su tiempo ofrece materia más propia de análisis que de crítica. Por supuesto, no están vedados otros sistemas filosóficos. (Estos dos temas necesitan ser precisados, pero la distinción es clara).

Empecemos considerando un pasaje fundamental del *Etude sur l'espace et le temps* de Lechalas:

> En el mundo de los cuerpos materiales, el principio del determinismo mecánico enuncia que el estado de un sistema material de puntos en un instante dado está determinado por sus estados anteriores y determina sus estados posteriores. Para nosotros esta ley equivale a la afirmación de que los estados de un sistema se determinan unos a otros, y que los estados determinantes se llaman, *por definición*, anteriores a los estados determinados; siendo cada estado, por tanto, a la vez determinante y determinado, según se le considere en relación a uno u otro de los varios estados.[68]

Lechalas, pues, pretende: todo estado de un sistema mecánico está determinado o causado por otros estados de ese sistema; determina, también, a otros estados. Y esta relación de determinación es tal que los estados que ocurren antes de un estado dado son precisamente aquellos que lo determinan, y aquellos que dicho estado determina son precisamente los que vienen tras él. Además, esta determinación está descrita por las leyes de la mecánica. Por tanto, la sucesión temporal de los estados de un sistema mecánico está (implícitamente) descrita por esas leyes.

Para hacerlo más plausible fijémonos algo más detenidamente en la mecánica clásica. Descubrióse que era posible describir con gran precisión los movimientos de los cuerpos ordinarios («macroscópicos») si se los consideraba como conjuntos de partículas. Cada una de estas partículas (llamadas «puntos materiales» por Lechalas) tiene cierta masa, y en cada instante, una posición, una velocidad y una aceleración. (Se puede definir la velocidad como la razón o grado de la variación de la posición, y la aceleración como la razón o

grado de la variación de la velocidad). Por último, en cada posición una partícula dada puede estar sometida a ciertas fuerzas (tales como la atracción gravitatoria que ejercen sobre ella las otras partículas).

Se considera que el movimiento de estas partículas se rige por las leyes de Newton:

1) Un cuerpo continúa en su estado de reposo o movimiento rectilíneo y uniforme, si sobre él no actúa una fuerza.

2) Si una fuerza actúa sobre un cuerpo, entonces el cuerpo adquiere una aceleración en la dirección de dicha fuerza, y la magnitud de la aceleración es directamente proporcional a la fuerza e inversamente proporcional a la masa del cuerpo.

3) Las fuerzas mutuas que se ejercen entre dos cuerpos son iguales en magnitud y tienen sentidos opuestos a lo largo de la línea que une sus posiciones.

La primera ley es conocida también con el nombre de *Ley de inercia*, a la segunda se la suele presentar diciendo que fuerza es igual a masa por aceleración, y es corriente enunciar la última afirmando que «a toda acción se le opone una reacción igual y opuesta».

Un sistema mecánico es un conjunto de estas partículas, que ejercen fuerzas unas sobre las otras (las fuerzas internas del sistema): sobre el sistema pueden actuar también fuerzas externas. La determinación de estas fuerzas y de las posiciones, masas y velocidades de las partículas que componen un cuerpo pueden servir en principio para describir la trayectoria del mismo —sólo con tener las mencionadas leyes del movimiento de las partículas. El estado de un sistema en un instante t vendrá dado por la determinación de los estados de las partículas que lo componen en el instante t. Si la noción de *estado* ha de ser aquí tal que las leyes del movimiento junto con el estado en el instante t determinen todos los estados subsiguientes, entonces el estado de una partícula ha de incluir su velocidad, además de su masa y su posición. (Hemos de conocer, además, qué fuerzas actúan en cada posición relevante).

Volviendo a la teoría de Lechalas, podemos preguntarnos: supongamos que los estados del sistema S_1 están ordenados temporalmente de ese modo, y que también lo están los estados del sistema S_2, ¿cómo se relacionarán una con otra las dos secuencias temporales? Es claro que para esto necesitamos la simultaneidad. Siguiendo a Kant, Lechalas ve en la interacción física, y en particular en la atracción gravitatoria mutua, el correlato físico de la simultaneidad.[69] Es decir, en un instante dado t, el cuerpo S_1 ejerce una fuerza gravitatoria sobre el cuerpo S_2, y recíprocamente, S_2 ejerce sobre S_1 una fuerza gravitatoria (igual pero opuesta).

Supongamos que S_1 es una piedra dejada caer en las proximidades de la Tierra y S_2, a una distancia d del centro de la Tierra. En ese caso, la Tierra atrae a la piedra y la piedra atrae a la Tierra con una fuerza igual. La aceleración de la piedra se calcula dividiendo el valor de la fuerza por la masa de la piedra. Análogamente, la aceleración de la Tierra hacia la piedra se calcula dividiendo la misma magnitud por la masa de la Tierra. Como la masa de la Tierra es muchísimo mayor que la masa de la piedra, la aceleración de la piedra será muchísimo mayor que la de la Tierra. Como resultado, la piedra y la Tierra se acercarán. La magnitud de las fuerzas está en función de la distancia entre ellas y, por tanto, irá variando durante este acercamiento. Pero en cada instante, la fuerza que la Tierra ejerce sobre la piedra *es igual* a la fuerza que la piedra ejerce sobre la Tierra. El objetivo de Lechalas es utilizar este hecho para definir una relación de simultaneidad entre los estados de los dos sistemas.

Vamos a someter a un examen crítico la tentativa de Lechalas. Antes de hacerlo, notemos que el objetivo de Lechalas es semejante al de Leibniz. De hecho, si Leibniz fue el primero que construyó una teoría causal del tiempo, Lechalas fue el primero que empleó el término «teoría causal del tiempo». Queda por ver si el intento de Lechalas tiene más éxito que el de Leibniz.

La primera objeción de peso a la teoría de Lechalas es que el lenguaje de la mecánica clásica es un lenguaje completamente temporal. Está cuajado de locuciones temporales, como ya ha mostrado nuestra breve exposición anterior. Primero,

hemos dicho que para determinar el estado de una partícula hemos de dar su velocidad además de su posición, y hemos dicho también que se puede definir la velocidad como la razón o grado de la variación de la posición. La última definición emplearía la noción de tiempo: «la razón de la variación» es lo mismo que «la razón de la variación con respecto al tiempo».

En sí mismo, éste no es un obstáculo insuperable para Lechalas: sólo significa que no puede definir «velocidad» de esta forma. Por descontado, puede tomarlo como término no definido. En mecánica hay muchos términos que están definidos por medio de locuciones temporales *en el desarrollo ordinario de la teoría*. Se puede interpretar que esto no quiere decir sino que Lechalas tenía en la cabeza un desarrollo teórico alternativo de la ciencia de la mecánica. En el siglo XIX no era infrecuente la idea de una de estas reformulaciones drásticas de la mecánica. Por ejemplo, los energetistas quisieron desarrollar una teoría en la que la energía era el concepto básico y no definido. Sin embargo, sus esfuerzos no tuvieron éxito y ahora están casi olvidados; no existe ningún desarrollo alternativo de la mecánica que lo haga sin un uso explícito de la variable tiempo. Esto solo es ya todo un inconveniente de la teoría de Lechalas.

Segundo, consideremos su intento de definir la simultaneidad. Necesitamos ahora esta relación si queremos determinar el estado de un sistema complejo; pues éste incluirá los estados simultáneos de las partículas que lo componen. Ahora bien, hay una atracción gravitatoria mutua entre las partículas individuales (o sistemas individuales). ¿Se puede reconstruir esta atracción —la reciprocidad de las aceleraciones, instantáneamente inducidas, entre estos cuerpos— como una relación entre sus estados?

Henryk Mehlberg, comentador y expositor de Lechalas, opina que se puede hacer. Arguye que si queremos encontrar el estado de la partícula Y simultáneo con el estado E de la partícula X, no tenemos más que medir la fuerza con la que Y atrae a X en el instante del estado E. De entre los estados de Y es simultáneo con E aquél en el cual la fuerza con la que X atrae a Y es igual y opuesta a la fuerza susodicha.[70]

Pero el argumento no concluye. Primero, por la manifiesta circularidad en el uso de la frase «en el momento del estado *E*».[71] Segundo, es posible que dos cuerpos se atraigan mutuamente con la misma fuerza en tiempos diferentes, a saber, si tienen las mismas posiciones en esos tiempos. Tercero, si hay más de dos cuerpos en el mundo, la fuerza total sobre *X* en un instante dado es la resultante vectorial de las fuerzas ejercidas sobre él por todos los otros cuerpos. Dada la fuerza resultante sobre *X* en el tiempo de *E*, no podemos determinar la fuerza componente ejercida sólo por *Y*, a no ser que conozcamos o bien la posición de *Y* en ese instante o las posiciones de todos los otros cuerpos en ese instante.

En otras palabras, no se puede utilizar la atracción gravitatoria (en su concepción clásica) para poner en correlación las historias de varios cuerpos gravitatorios. Esta conclusión es muy importante, ya que señala el fracaso del intento de Lechalas de caracterizar la simultaneidad sobre la base de los conceptos de la mecánica clásica.

Mas concedamos por un momento a Lechalas la noción de estado de un sistema mecánico. Resta aún la pregunta: ¿en qué sentido se puede decir que las leyes de la mecánica definen el orden temporal de los estados de un sistema dado?

En primer lugar, podemos entender que esta afirmación de Lechalas significa: la mecánica ofrece una descripción de ciertas relaciones físicas que se dan entre los estados y que podría utilizarse para definir sus relaciones temporales. Mas si era esto lo que pretendía Lechalas, hubiera debido esforzarse en demostrar que las leyes de la mecánica tienen cierto «núcleo no temporal». Es decir, hubiera debido mostrar que estas leyes, enunciadas en un lenguaje temporal, contienen enunciados (expresados sin utilizar locuciones temporales) que describen estas relaciones físicas. Pero Lechalas no intentó nada de esto.

Hay, sin embargo, otra manera de entender esta afirmación. Consideramos todos los estados de un sistema dado y todas las maneras en que estos estados se pueden colocar en un orden lineal. Las leyes de la mecánica excluirán la posibilidad de que muchas de estas observaciones correspondan al orden temporal actual de los estados. (Por ejemplo, las

leyes excluyen el movimiento discontinuo). La pregunta es: ¿eliminan las leyes *todas* las ordenaciones de los estados *excepto una?* Si es así, ésta ha de ser, por tanto, la actual, y en ese caso, puede definirse el orden temporal de los estados como el único orden posible de los mismos no excluido por las leyes de la mecánica. El segundo modo de entender a Lechalas es llevarle a afirmar que sólo una ordenación posible de los estados es compatible con las leyes de la mecánica.*

Lechalas no hizo nada por demostrar que esto es así. Pero más importante es el hecho de que, aun en el caso de que sea exacto, el resultado es una teoría del orden del tiempo más bien débil, si no trivial. Indudablemente, si la mecánica clásica tiene esta característica, es como para admirar aún más su logro teórico. Pero ¿hay algún sentido en el que se pueda decir que esta característica nos da una explicación de los conceptos temporales?

En conclusión, digamos que Lechalas vio con toda claridad hasta dónde había de llegar una teoría del tiempo. Decidió también, en mi opinión justamente, que tal teoría debe utilizar los conceptos de la física con preferencia a los de un sistema filosófico. Pero su tentativa fracasó: las leyes del movimiento no pueden definir la sucesión temporal, y la atracción gravitatoria, en su concepción clásica, no puede definir la simultaneidad.

---

* Dado que estas leyes son temporalmente reversibles debería haber al menos una ordenación «entre», en vez de una «antes-después»: como alternativa, quizá se podría añadir la segunda ley de la termodinámica (véase capítulo III, sección 3).

1. *Física de Aristóteles* (Aguilar, Madrid, 1964) Libro IV, caps. 10-14; 217b, 29-224a, 17.
2. *Ibíd.*, Libro V, cap. 1; cfr. *Metafísica de Aristóteles*, (edición trilingüe por V. García Yebra en 2 vols. Ed. Gredos, Madrid, 1970) Libro XI, caps 9, 11, 12.
3. *Física*, Libro V, 224b, 28-29.
4. *Ibíd.*, 225a, 3-5, 15-17.
5. *Ibíd.*, IV, 219a, 13-22.
6. Sto. Tomás de Aquino: *Commentarium in octo libros physicorum Aristotelis*, Opera Omnia, T. II, Roma, 1884, Libro IV, 17, 577.
7. *Física*, Libro VIII, 261b, 25 ss.
8. Véase también *ibíd.*, Libro IV, 223b, 15-224a, 2.
9. *Ibíd.*, 218a, 30 ss.
10. *Ibíd.*, 218b, 14-15.
11. *Ibíd.*, 218b, 21 ss.
12. *Ibíd.*, 219a, 1-3.
13. *Ibíd.*, 219a, 10-35.
14. *Ibíd.*, 219b, 1-5.
15. *Ibíd.*, 219b, 1-10.
16. *Ibíd.* 223b, 1-5.
17. *Ibíd.*, 223b,5-10; 224a, 2-19.
18. *Ibíd.*, 251b, 10-15, 18-28.
19. *Ibíd.*, 218b, 21-30.
20. Sto. Tomás de Aquino, *o.c.* Libro VIII, 2, 990; Sto. Tomás de Aquino: *Commentarium in duodecim libros Metaphysicorum Aristotelis*, ed. Cathala, Marietti, Roma, 1950, Libro XII, lec. 5, 2498.
21. *The Geometrical Lectures of Isaac Barrow*, trad. de J. M. Child, Open Court, La Salle, Ill., 1916, pp. 35-37.
22. Cf. Burtt, E. A.: *The Metaphysical Foundations of Modern Science*, Anchor Books, Nueva York, 1932, cap. V, sec. F.
23. *Isaac's Newton Philosophias Naturalis Principia mathematica*, 2 vols. editados por A. Koyré e I. B. Cohen con la ayuda de A. Whitman, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1972, pp. 6, 18-20; 8, 13-15. (Trad. ingl. ed. por Cajori, F., University of California Press, Berkeley, 1960.)
24. Cf. Burtt, *o.c.*, cap. VII, sec. 4C.

24 bis. Koyre, et al, *o.c.*, 528, 25-26.

25. Alexander, H. G. (Ed.): *The Leibniz-Clarke Correspondence*, Manchester Univ. Press, Manchester, Ingl., 1956.
26. *Ibíd.*, Clarke, cuarta respuesta, par. 15.
27. *Ibíd.*, Leibniz, quinta carta, pars. 55-57.
28. *Ibíd.*, Clarke, quinta respuesta, par. 55.
29. Locke, J.: *An Essay Concerning Human Understanding*, ed. por H. Nidditch, Clarendon Press, Oxford, 1975. (Trad. cast. «Ensayo sobre el entendimiento humano», Aguilar, Madrid, 1961.) Libro II, xiv, 24.
30. *Ibíd.*, II, xiv, 30.
31. Leibniz, G.: *Nouveaux essais sur l'entendement*, «Die philosophischen Schriften von G. W. Leibniz» Bd. 5, Berlín, 1882, Libro II, xiv, 24, p. 140. (Trad. castellana de E. Ovejero «Nuevo tratado sobre el entendimiento humano», Aguilar, Madrid, 1970-1.)
32. *Ibíd.*, II, xv, 11, p. 142.

33. Cf. GOODMAN, N.: *Fact, Fiction and Forecast*, Harvard Univ. Press, Cambridge, Mass., 1955, caps. I-II.
34. KOYRE, *o.c.*, 8.
35. *Física, o.c.*, 221b, 20-222a, 9.
36. Cf. VAN FRAASSEN, B. C.: *Foundations of the Causal Theory of Time*, tesis doctoral en filosofía, no publicada, University of Pittsburgh, 1966, cap. II.
37. BRIDGMAN, P.: *A Sophisticate's Primer of Relativity*, Harper & Row, Nueva York, 1965, p. 115.
38. VON WRIGHT, G. H., *Norm and Action*, Routledge and Kegan Paul, Londres, 1963, p. 27; RUSSELL, B.: *The Principles of Mathematics*, Allen and Unwin, Londres, 1956, pp. 469-473. (Trad. castellana en RUSSELL, B.: *Obras completas*, tomo II, ed. Aguilar, Madrid, 1973.)
39. VAN FRAASSEN, *o.c.*, cap. II, sec. B.
40. REICHENBACH, H.: *Elements of Symbolic Logic*, MacMillan, Nueva York, 1947, sec. 48; REICHENBACH, H.: *The Direction of Time*, University of California Press, Berkeley, 1956, sec. 26.
41. Cf. VAN FRAASSEN, *o.c.*, cap. II, secs. B 4, D.
42. ALEXANDER, H. G.; *o.c.*, Clarke, tercera respuesta, par. 4.
43. Cf. REICHENBACH, H.: «The Theory of Motion According to Newton, Leibniz and Huygens» en *Modern Philosophy of Science*, Routledge and Kegan Paul, Londres, 1959, pp. 46-66. (Trad. castellana de A. C. Francolí: «La teoría del movimiento según Newton, Leibniz y Huygens» en *Moderna Filosofía de la Ciencia*, Ed. Tecnos, Madrid, 1964, pp. 63-86.)
44. BOCHENSKI, I. M.: *Formale Logik*, Karl Alber Verlag, Friburgo/Munich, 1956 (ingl. *A History of Formal Logic*, Univ. of Notre Dame Press, Notre Dame, Ind., 1961, 12-23; trad. castellana de M. Bravo: *Historia de la Lógica Formal*, Ed. Gredos, Madrid, 1967.)
45. KANT, I.: *De mundi sensibilis atque intelligibilis forma et principiis*, Kant's gesammelte Schriften, Bd. II, Georg Reimer, Berlín, 1905, p. 401.
46. WIENER, P. P. (ed.): *Leibniz: Selections*, Scribner, Nueva York, 1951, pp. 201-202.
47. *Ibid.*
48. ALEXANDER, *o.c.*, *Leibniz*, cuarta carta, par. 13.
49. WIENER, *o.c.*, pp. 201-202.
50. Cf. HEMPEL, C. G.: *Aspects of Scientific Explanation, Free Press*, Nueva York, 1965, pp. 421-423.
51. Para una exposición más completa véase BOCHENSKI, I. M.: *Europäische Philosophie der Gegenwart*, Francke Verlag, Berna, 1947 (trad. castellana de E. Imaz: *La filosofía actual*, Fondo de Cultura Económica, México, 1949) y BOCHENSKI, I. M.: *Die Zeitgenössischen Denkmethoden*, Francke Verlag, Bern, 1954 (trad. castellana de R. Drudis: *Los métodos actuales del pensamiento*, Rialp, Madrid, 1957).
52. HUSSERL, E.: *Cartesian Meditations*, Nijhoff, La Haya, 1960, sec. 34.
53. CARNAP, R.: *Meaning and Necessity*, Univ. of Chicago Press, Chicago, ²1956, apéndice D.
54. HUME, D.: *A treatise of Human Nature*, ed. L. A. Selby-Bigge, The Clarendon Press, Oxford, 1896, Libro I, Parte II. (Trad. cast. V. Vigueira: *Tratado de la naturaleza humana*, Calpe, Madrid, 1923.)
55. Para las observaciones del propio Kant sobre su método filosófico, véase KANT, I.: *Kritik der reinen Vernunft, 2.* Auflage Kant's gesam

melte Schriften Bd. III, G. Reimer, Berlín, 1904, B 263-264. (Trad. castellana incompleta de M. García Morente: *Crítica de la razón pura*, tomos I y II, Librería de Victoriano Suárez, Madrid, 1928, II, pp. 95-98.)

56. Cfr. STRAWSON, P. F.: *The bounds of Sense*, Methuen, London, 1966. pp. 125-139 (trad. castellana: *Los límites del sentido*, Revista de Occidente, Madrid), y también MARTIN, G.: *Kant's Metaphysics and Theory of Science*, Manchester Univ. Press, Manchester, Ingl., 1961, cap. III.

56 bis. KANT, KrV B 218; trad. cast. II, pp. 39.

57. *Ibíd.* B 219; trad. cast. II, pp. 41.

58. *Ibíd.* A 188; B 231-2; trad cast II, p. 57.

58 bis. *Ibíd.* B 225; trad. cast. II, p. 49.

59. *Ibíd.* B 234; trad. cast. II, pp. 59-60.

60. *Ibíd.* A 211; trad. cast. II, p. 87 nota 2.

61. *Ibíd.* B 256; trad. cast. II, p. 87

62. *Ibíd.* B 260; trad. cast. II, p. 92.

63. *Ibíd.* B 257; trad. cast. II, pp 88.

64. *Ibíd.* A 218; B 265; trad. cast. II, p. 98.

65. Véase *Ibíd.*, A 214-215.

66. *Ibíd.* A 218; B 265; trad. cast. II, p. 98.

67. En esta discusión sigo a MEHLBERG, E. «Essai sur la théorie causale du temps» en *Studia Philosophica*, I (1935), 119-260; II (1937), 111-231.

68. MEHLBERG, *o.c.*, Parte I, p. 160.

69. *Ibíd.*, p. 164.

70. *Ibíd.*

71. «... au moment où celui-là se trouve dans l'état...»

CAPITULO III

LOS PROBLEMAS DE LA TEORIA DEL TIEMPO. EL SIGLO XIX

En este capítulo proseguimos nuestro examen del desarrollo de la teoría del tiempo, concentrándonos en problemas que se irían clarificando sobre todo durante el siglo XIX. Con todo, algunas de las obras discutidas pertenecen al siglo XX, ya que nuestro criterio selectivo es que puedan entenderse los problemas examinados sin referencia a la teoría de la relatividad.

1. *LA ESTRUCTURA TOPOLOGICA DEL TIEMPO*

a) Cuestiones topológicas

En la sección 2 del capítulo II discutimos las cuestiones de si el mundo pudo tener un comienzo (creación) y de si el tiempo pudo tener un comienzo. Llegamos a la conclusión de que no eran problemas del todo independientes, al menos no lo eran cuando la discusión empezó (en la tradición que parte de Aristóteles), y de que la cuestión principal era: ¿son dos problemas independientes o no? Una corriente importante de pensamiento, representada por Barrow y Newton, sosten-

dría que eran problemas independientes. Pero sus argumentos descansaban sobre una confusión modal, como mostró Leibniz.

Una cuestión de este tipo —¿tiene el tiempo un comienzo (o un fin)?— es una cuestión *topológica*. Esta terminología se deriva de la geometría, en la que podemos distinguir entre cuestiones de estructura topológica y de métrica. Esta distinción es una versión precisa de la trillada distinción entre cualidad y cantidad. Que un segmento es doble que otro, y que dos triángulos son congruentes, son proposiciones que pertenecen a la métrica. Incluso la proposición «dos triángulos son semejantes» es métrica, pues implica la igualdad de ciertos ángulos; y esta igualdad es una igualdad de magnitud.

¿Qué es, pues, una propiedad topológica? Una propiedad topológica es aquella que es conservada por una aplicación biyectiva continua. Dicho de una forma intuitiva, es una propiedad que se conserva bajo cualquier deformación (alargar, retorcer, alisar) que no junte o separe la figura o rompa los enlaces. En el caso del triángulo, la característica topológica obvia es que el triángulo encierra cierta área: si un punto A es interior al triángulo y un punto B es exterior (en el mismo plano), entonces toda línea que una A con B (en ese plano) ha de cortar un lado del triángulo. Podríamos alargar el plano, transformar el triángulo en un círculo, en una media luna o en un cuadrado, pero la línea de separación estaría siempre entre A y B.

Leibniz y Kant y otros muchos autores, declararon explícitamente que la estructura topológica del tiempo es la de la recta real. Esto significa que el tiempo no tiene principio ni fin y que sólo tiene una dimensión (a diferencia del espacio que tiene tres dimensiones). Sin embargo, una circunferencia tiene también estas propiedades. Con todo, una recta y una circunferencia son muy diferentes incluso desde un punto de vista topológico: en terminología geométrica, una recta es una curva abierta y una circunferencia es una curva cerrada. Pero ambas son ilimitadas: no tienen principio ni fin.

Podemos caracterizar, por consiguiente, el tema de la sección 2 del capítulo II así: ¿hay una relación entre la estructura topológica del tiempo y la estructura topológica de la historia del mundo? En concreto, el punto debatido era:

si la historia del mundo está limitada en un extremo, entonces el tiempo está limitado en un extremo (donde «limitado en un extremo» es neutral respecto a «tiene un comienzo» y «tiene un fin»). La cuestión entre la teoría absoluta del tiempo y la relacional es evidentemente el problema más general. Si el tiempo fluye por su curso propio y regular, con independencia del mundo físico (para usar el lenguaje florido de los físicos ingleses), entonces su estructura topológica es independiente de la historia del mundo. Pero no es así, si las relaciones temporales están constituidas de alguna manera por relaciones físicas.

La cuestión de la creación es obvia, dada la tradición teológica judeo-cristiana. En el espíritu más secular de los siglos XVIII y XIX, no era de esperar mucha oposición al tiempo ilimitado admitido por Newton de parte de la doctrina teológica de la creación. Pero aceptado que el tiempo es ilimitado, queda aún la pregunta: ¿es topológicamente abierto o cerrado? La estructura topológica del tiempo ¿es la de la recta real o la de una circunferencia?

Se podría pensar que la física zanjaría esta cuestión sin dificultad. Cierto que en la física clásica se toman números reales como valores de la variable tiempo. Pero esto no excluye que los números reales no sean los únicos valores admisibles. A veces el físico dice: variemos t de menos infinito a más infinito. Es decir: tomemos como valores de t todos los números reales. Pero esto no descarta que el físico siga tratando sólo con una parte propia de tiempo. Si es así, apenas se podría esperar que esto afecte al éxito experimental de su ciencia, que tuvo un efecto tan profundo en la filosofía moderna. Pues cualquier aplicación práctica de su teoría concerniría ciertamente sólo a un intervalo pequeño de tiempo.

Si admitimos que no se descartan otros valores de la variable tiempo (además de los números reales), entonces hemos de admitir que el tiempo puede ser topológicamente cerrado. Pues una recta se puede concebir como una parte de una circunferencia, a saber, como una circunferencia a la que le falta un punto. Si el lector no está familiarizado con el tema, puede que tenga algunas dificultades. Ante todo, hemos de subrayar que estamos hablando desde un punto de vista

insinuado en la doctrina del determinismo que hemos encontrado en Lechalas: la naturaleza de un estado total del mundo determina de una manera única la secuencia de estados que le sigue. Para diferenciar a 4 le llamaremos teoría del *retorno cíclico*.

¿Cómo se podría tener evidencia empírica de una teoría así? La situación no es fundamentalmente diferente de la de cualquier otra teoría cosmológica. Si, según nuestra física, el mundo físico es en último término determinístico, y se poseyera evidencia de la hipótesis de que las condiciones presentes son tales que este proceso determinístico llevará eventualmente de nuevo al mismo estado, se tendría evidencia en favor del retorno cíclico.[2]

Así pues, según la teoría del retorno cíclico, la historia del mundo consiste en una serie de ciclos, cada uno exactamente igual en todos los aspectos a los otros. Pero aunque ésta es una hipótesis perfectamente posible ante la teoría del tiempo absoluto newtoniana, pronto se hizo ver que es opuesta al punto de vista de Leibniz. H. Bois lo puso de manifiesto en su crítica a Nietzsche:

> Por un razonamiento análogo al famoso argumento de Leibniz podemos objetar a Nietzsche: su concepción ha de llevar a una negación de la realidad de esta sucesión de mundos idénticos, que ha supuesto que es infinita. Los mundos idénticos, que según él, se suceden uno a otro, son en sí mismos indiscernibles uno del otro, ya que no tienen ninguna diferencia intrínseca. No habrá medio de que se puedan distinguir estos mundos entre sí, a no ser que ponga un límite a los fenómenos y a los mundos del pasado, de forma que, por ejemplo, se le pueda llamar a un cierto mundo el primero, al siguiente el segundo, etc. Pero si se dice, como hace Nietzsche, que el tiempo pasado es infinito, ...entonces a cada nuevo mundo le precede (independientemente de lo lejos que nos remontemos) un número infinito de mundos idénticos, igual que un número infinito de mundos le seguirán en el futuro. Estos mundos idénticos... sólo diferirían numéricamente, *solo numero*. De esto se sigue, por nuestro argumento, que quedan reducidos a un único mundo y que la hipótesis del eterno retorno se destruye a sí misma.[3]

La argumentación recurre al principio de la identidad de los indiscernibles de Leibniz y concluye que la teoría del eterno retorno cíclico es inconsistente.[4] Dos problemas surgen aquí: ¿se ha de aceptar el principio de Leibniz? Y aceptada

la validez del argumento, ¿cuál ha de ser, según el leibniziano, la estructura de la historia del mundo si las condiciones de hecho son las que llevan al newtoniano a concluir el eterno retorno cíclico?

El principio de la identidad de los indiscernibles de Leibniz establece que, si las entidades *A* y *B* tienen todas las propiedades iguales, son idénticas; es decir, en ese caso *A* y *B* son una misma entidad; los términos «*A*» y «*B*» tienen el mismo referente. Podría entenderse esto de una manera trivial: por ejemplo, considerando como una de las propiedades el ser idéntico a *A*. Pero no es éste el sentido del principio; hay que tomar la palabra «discernible» literalmente. Podemos entender mejor el principio y su inverso (si *A* es *B*, entonces *A* tiene todas las propiedades que tiene *B*) si interpretamos que ambos dan la significación del predicado «es idéntico a». Desde el primer momento los filósofos han atacado tanto el principio como su inverso (al que los lógicos suelen llamar *ley de Leibniz*). No tendríamos que ver en esta disputa un debate metafísico, más bien habríamos de considerar que plantea la cuestión de si los principios de Leibniz nos ofrecen una explicación adecuada de la noción de identidad.

Un argumento corriente contra la identidad de los indiscernibles es que podemos fácilmente concebir un mundo posible que contenga dos cosas distintas que sean iguales en todos los aspectos (pongamos por caso, dos esferas negras perfectas).[5] Y seguramente la concebibilidad supone posibilidad; por consiguiente, el tan alabado principio no es necesario. Pero hay que andar con mucho cuidado antes de concluir que algo es concebible. En cierto sentido, puedo concebirme cuadrando un círculo, y ello no es posible. Al imaginar el mundo que contiene dos esferas enteramente iguales, ¿cómo puedo «ver» que son distintas? Posiblemente pensando que si estuviera en ese mundo, una esfera estaría a mi izquierda (la llamaría *A*) y otra estaría a mi derecha (a la que podría llamar *B*). Pero entonces la pregunta es: ¿expresa esta afirmación contrafactual una propiedad de las esferas? Si la verdad de este contrafactual es fundamento adecuado para afirmar que las esferas son distintas, entonces (diría seguramente el leibniziano) describe una diferencia entre las dos esferas que

las hace discernibles. Si, por el contrario, se niega esto último, entonces ¿cómo puede el contrafactual sustentar la conclusión de que las esferas son distintas?

Podemos dar otra forma al argumento para mostrar que nada depende de la fiabilidad de nuestra imaginación. Puede que el oponente del leibniziano diga: yo he descrito un mundo, y la descripción es autoconsistente lógicamente; por consiguiente, es un mundo posible. En este caso, la respuesta del leibniziano es: esa descripción es autoconsistente sólo en la medida en que niegas el principio de la identidad de los indiscernibles. El oponente puede entonces reformular su recurso a un condicional contrafactual diciendo: mas el mundo que yo he descrito puede encajar en un mundo que es posible también según tus principios; puesto que el mundo que yo he descrito resulta sin más que quitar algo de este último mundo posible, ha de ser también *él* un mundo posible. El leibniziano puede responder a esto: no te tomas las relaciones con la suficiente seriedad: puede que todo lo que distinga las dos esferas sea las relaciones a una tercera cosa. Por consiguiente, esta simple omisión puede alterar radicalmente la estructura del mundo posible. (Podemos añadir que el oponente quizá está pensando subrepticiamente esta omisión como un acto en el tiempo; es decir, que el mundo descrito al principio nace cuando se aniquila este tercer elemento. Pero ésta no sería en absoluto la cuestión discutida, ya que en ese caso las dos esferas se distinguirían por su historia pasada).

Aceptando la validez de la réplica de Leibniz, vamos a la segunda pregunta. Supongamos, por ejemplo, que la teoría cosmológica admitida implica un determinismo perfecto, y supongamos que tenemos razones para creer que el mundo está en un estado al que la teoría predice un eventual retorno. ¿Descubre un absurdo el argumento de Bois? De ninguna manera. El newtoniano concluiría que la historia del mundo consiste en una serie indefinida de ciclos, idénticos excepto por lo que hace a su lugar en el tiempo. Pero si la teoría excluye un comienzo, y, por supuesto, cualquier asimetría de la evolución cósmica pasada y futura, el leibniziano le corrige: sólo uno de esos ciclos tiene lugar: la historia del mundo es finita.

Hemos de subrayar, sin embargo, que nuestras premisas excluían un comienzo y un fin. Por tanto, la conclusión de que la historia del mundo es finita se ha de ampliar a «finita pero ilimitada». En otras palabras, la conclusión es que el orden de los estados del universo es el de los puntos de una circunferencia y no el de los puntos de una recta.[6] Y se llega a esta conclusión por la teoría relacional del tiempo, ya que la premisa de un tiempo absoluto bloquearía la aplicación del principio de la identidad de los indiscernibles. Por consiguiente, la conclusión es, igualmente, que la estructura topológica del tiempo es la de una circunferencia y no la de una recta: el tiempo es topológicamente cerrado.

Ni Nietzsche ni Bois pensaron en esta posibilidad. Charles S. Pierce parece haber sido el primero en comprender plenamente las alternativas concebibles de la estructura topológica del tiempo.[7]

Cierto que ello supone desviarse por completo del concepto tradicional del tiempo. Y este desvío no depende de la aceptación de hipótesis cosmológicas especulativas y problemáticas tales como las que hemos utilizado para ponerlo de manifiesto. Más bien el punto fundamental es que en una teoría relacional del tiempo cabe la posibilidad de un tiempo topológicamente cerrado. Se ha mostrado que esta posibilidad se sigue a partir de la doctrina filosófica inicial de que el tiempo y la historia del mundo no son independientes, de que la estructura del tiempo es una función de la estructura del universo y de las leyes de su desarrollo.

c) *Tiempo cerrado y orden temporal*

Recordemos que los esfuerzos de Leibniz, Kant y Lechalas por desarrollar una teoría del orden temporal fracasaron. Es importante señalar que la posibilidad de un tiempo cerrado ha de alterar los objetivos de cualquier teoría de este tipo. Pues las mismas relaciones *antes de* y *después de* no tienen el mismo sentido. Algunas de las propiedades de la relación *anterior a* son:

Si *A* es anterior a *B*, entonces *B* no es anterior a *A (asimetría).*

Si A es anterior a B y B es anterior a C, entonces A es anterior a C *(transitividad)*.

Una relación así puede darse entre los puntos de una circunferencia, pero sólo a condición de que restrinjamos su alcance. Por ejemplo, podríamos añadir que, en la figura 1, A es anterior a B y B es anterior a C, pero que ningún punto es anterior a ningún otro sino en la forma en que acabamos de indicar. En realidad, para ser coherentes sólo necesitamos eximir un punto de la circunferencia de esta ordenación. Por ejemplo, demos un número real como coordenada a cada punto excepto al D, y digamos: X es *anterior* a Y si y sólo si $c(X)$ es menor que $c(Y)$. Pero ahora somos coherentes. Podemos incluso dar un paso más y adjudicarle a D la coordenada $c(D) = 5$. Pero ahora la pregunta es: ¿por qué D no es anterior a A? La regla parecía ser que X es anterior a Y si, recorriendo el círculo en sentido contrario al de las agujas del reloj, se podía llegar a X a partir de Y. Pero esta regla no vale para D; D es un punto singular. Si tuviéramos que decir también que D es anterior a A, tendríamos una contradicción: A es anterior a C y C es anterior a D, por tanto A es anterior a D. Pero hemos dicho que *anterior* es asimétrico, y esto contradice la conclusión de que D es anterior a A y A anterior a D. Naturalmente, los números que hemos usado como coordenadas son los del intervalo (0,5] y corresponden a un segmento limitado en un extremo, y no a una circunferencia. *Antes de* (anterior a) es una relación que se ajusta a una curva abierta, y no a una curva cerrada.

Un argumento análogo se puede dar para *entre*. De forma intuitiva, podría decirse que B está entre A y C porque, siguiendo la circunferencia, se puede ir de A a C pasando por B. Pero, por este criterio, cualquier punto de la circunferencia está entre cualesquiera otros dos. Y la única forma de remediarlo es elegir arbitrariamente un punto, pongamos por caso D, que sea una singularidad en la ordenación. Decir que D es una singularidad, sin embargo, implica *ipso facto* que hay una ordenación más fundamental que no está adecuadamente reflejada en la ordenación *entre* (respectivamente, *anterior a*).

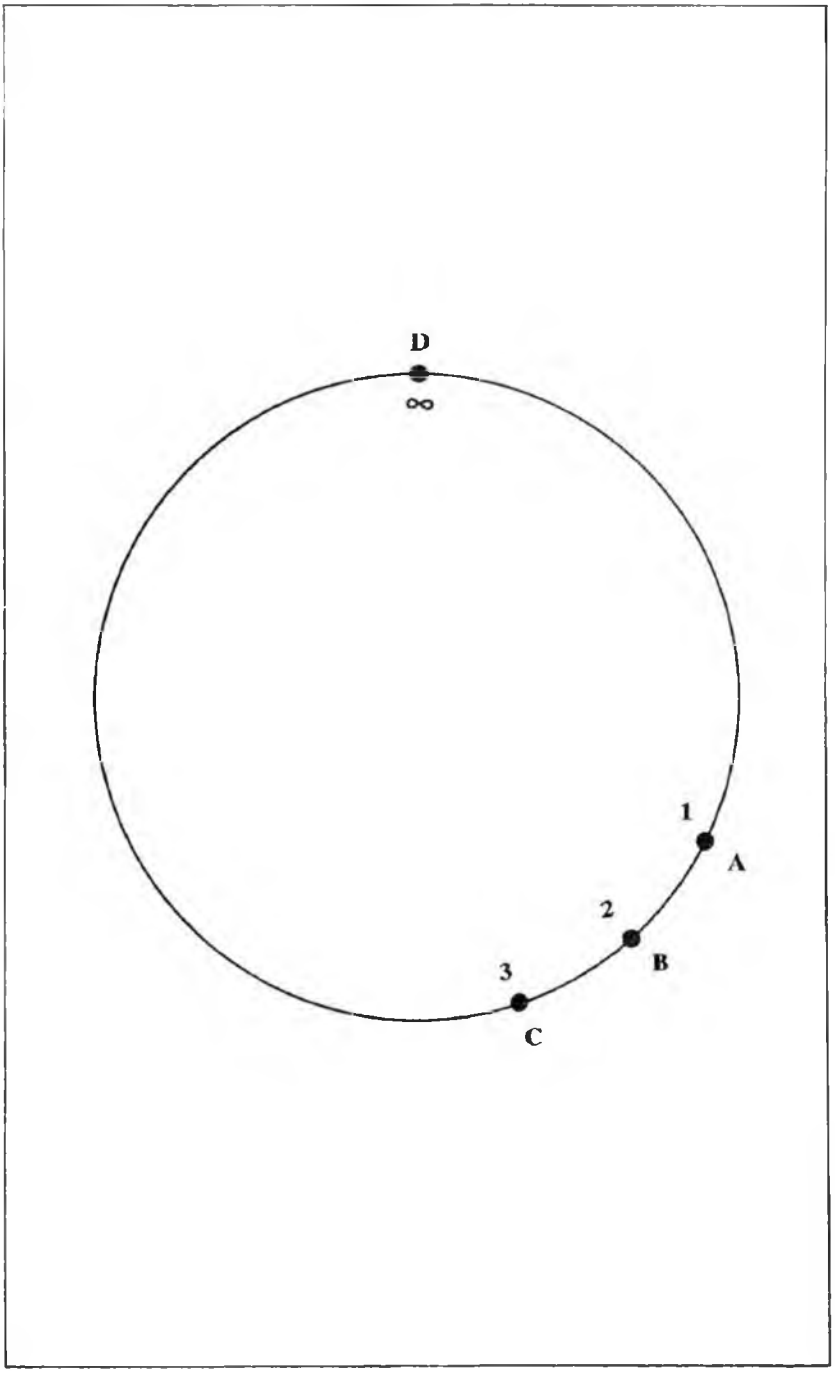

Figura 1

· ¿Pero qué relación de orden es más básica que *anterior a* o *entre*? La respuesta es: la relación de *separación de pares*. En la circunferencia mencionada, podemos decir que el par de puntos (A; C) separa al par (B; D). Intuitivamente es claro que si se quiere recorrer la circunferencia de B a D, se ha de pasar o por A o por C.

El orden de los puntos en una recta es un orden que se puede caracterizar en términos de *entre* o *antes de*. (En el apartado 3, nos ocuparemos de la diferencia entre estas caracterizaciones). De forma equivalente, se puede representar ese orden dando a cada punto una coordenada numérica, de manera que *numéricamente menor que* corresponda a *antes de* y *numéricamente entre* corresponda a *entre* en la recta. Esta es la técnica de *dar coordenadas*. Cada punto P tiene una coordenada $c(P)$; y Q está entre P y R si y sólo si $c(Q)$ está numéricamente entre $c(P)$ y $c(R)$, o sea, $c(P) < c(Q) < c(R)$ o $c(R) < c(Q) < c(P)$. Las coordenadas empleadas aquí son números reales, elementos del cuerpo de los números reales.

El orden de los puntos en una circunferencia se puede caracterizar en términos de la relación de separación de pares. La cuestión es saber si se puede aplicar también en este caso la técnica de dar coordenadas. ¿Puede una relación matemática representar la separación de pares? La respuesta es: sí. Hemos de tomar como coordenadas los elementos del *conjunto de los números reales ampliado*, o sea, el formado por los números reales más un elemento especial, el designado por ∞. Este símbolo representa al infinito, y al elemento especial se le llama punto en el infinito. Con todo, es éste un lenguaje figurativo; recordamos que las cuestiones topológicas son independientes de las cuestiones métricas.

Cuando asignamos coordenadas del conjunto de los números reales ampliado lo hemos de hacer de forma que si P y Q separan a R y S, entonces sus coordenadas numéricas separen a las coordenadas de R y S. Por ejemplo, 3 y 7 separan numéricamente a 5 y 0, y también a 5 y ∞. En la sección 1d discutiremos estas materias con más detalle.

d) Coordenadas de un tiempo cerrado

Giovanni Vailati estudió el orden de los puntos en una línea cerrada, y dejó escritos estos axiomas de la relación de separación de pares (escribimos «$S(x,y/z,w)$» para «x e y separan a z y w»):

a) $S(x,y/z,w)$ si y sólo si $S(z,w/x,y)$.
b) $S(x,y/z,w)$ si y sólo si $S(x,y/w,z)$.
c) Si $S(x,y/z,w)$, entonces no se da que $S(x,z/y,w)$.
d) Si $S(x,y/z,w)$ y $S(x,z/y,v)$, entonces $S(x,z/w,v)$.
e) Si x,y,z y w son puntos distintos, entonces x es separado de uno de los otros por los otros restantes.

La última condición excluye que la línea tenga la forma de la figura de un ocho. Advirtamos que si usamos x,y,z, y w para referirnos a acontecimientos y no a puntos, en lugar de «distintos» tendríamos «no-simultáneos».

Volviendo a las coordenadas, en el conjunto de los números reales ampliando las funciones numéricas se amplían al elemento especial ∞ por la ecuación

$$f(\infty) = \lim_{r \to \infty} f(r)$$

Para definir la separación de pares numérica, necesitamos la noción de proporción de cuatro elementos a,b,x,y del conjunto de números reales ampliado:

$$R(a,b/x,y) = \frac{x-a}{b-x} \div \frac{y-a}{b-y}$$

Decimos, pues, que el par $(a;b)$ *separa numéricamente* al par $(x;y)$ si y sólo si $R(a,b/x,y)$ es negativo. Cuando se usan los elementos del conjunto de los números reales ampliado para coordenar una curva cerrada, hablamos de *coordenadas no homogéneas*.[8]

Dos ejemplos sencillos nos pueden ayudar a comprenderlo: 1 y 2 no separan a 3 y 7 ya que $R(1,2/3,7) = 5/3$, no es nega-

tivo. Pero 1 y 3 separan a 2 y ∞, ya que $R(1,3/2,\infty) = -1$, es negativo.

Por último, notemos que también se pueden ordenar mediante la separación de pares los puntos de una curva abierta. Y además podemos definir la *relación entre* a partir de la separación. En el caso de los números reales simplemente decimos que x está entre a y b si $R(a,b/x,\infty)$ es negativo. (Así, pues, en nuestro segundo ejemplo, 2 está entre 1 y 3 según nuestras definiciones, como debe ser). El modo más fácil de definir la relación «entre» en una curva abierta, ordenada por S, es asignar a sus puntos como coordenadas números reales de forma que S quede reflejada en la separación de pares numérica entre esas coordenadas. Entonces podemos decir: el punto w está entre los puntos y y z precisamente si su coordenada está numéricamente entre las coordenadas de éstos.

2. *LOS RELOJES Y LA METRICA DEL TIEMPO*

a) El aspecto relacional de la cantidad

La teoría aristotélica del tiempo era una teoría de la duración; la contribución más original de Leibniz al tema fue aventurar una teoría del orden temporal. De hecho, mientras que Aristóteles caracterizó al tiempo como una medida, Leibniz dijo que era un orden, el orden de los acontecimientos no contemporáneos. Pero, precisamente, ¿cómo opera con la magnitud temporal una teoría relacional del tiempo, proyectada para explicar el orden temporal?

Los seguidores de Newton ven aquí una objeción importante a la teoría de Leibniz. En su tercera respuesta a Leibniz, Clarke dice categóricamente que «espacio y tiempo son cantidades; y situación y orden, no».[9] En la cuarta, insta a Leibniz a que responda a la objeción; Leibniz lo hace, si bien algo enigmáticamente:

> Contesto que el orden tiene también su cantidad, hay lo que precede y lo que sigue, hay distancia o intervalo. Las cosas rela-

tivas tienen su cantidad tanto como las absolutas: por ejemplo, las razones o proporciones en las matemáticas tienen su cantidad...[10]

La comparación con las proporciones no es muy afortunada, y la réplica de Clarke lo hace ver (Leibniz murió antes de poder escribir una sexta carta). Pero ¿qué quiso decir exactamente Leibniz con «el orden tiene también su cantidad»?

Algo más adelante, en la misma carta, se da una respuesta parcial:

> Se objeta aquí que el tiempo no puede ser un orden de las cosas sucesivas porque la cantidad de tiempo puede ser mayor o menor, siendo así que el orden de la sucesión seguirá siendo el mismo. Respondo que no es así. Pues si el tiempo es mayor, habrá más estados sucesivos parecidos interpuestos, y si es menor, habrá menos...[11]

Esta respuesta empieza por refutar la opinión corriente, proclamada por Clarke, de que «la distancia, intervalo o cantidad de tiempo o espacio, en el que una cosa sigue a otra, es algo enteramente distinto a la situación u orden».[12] Pues si tenemos un número de cosas $A_1 A_2 \ldots A_k$ alineadas, llegamos a tener una noción de la magnitud sin más que contar —definiéndose la magnitud del intervalo entre A_i y A_j por el número de elementos entre A_i y A_j. Pero ciertamente ésta no es una respuesta suficiente. Pues, en primer lugar, existe la posibilidad de que cada elemento tenga una magnitud intrínseca (pongamos por caso que A_2 es dos veces mayor que A_4). Y, en segundo, cabe la posibilidad de que los elementos en cuestión no formen un orden discreto sino continuo. Esto es particularmente importante para el pasaje que acabamos de citar: Leibniz defendía que el cambio es continuo, de manera que efectivamente no se puede tratar de contar los «estados interpuestos».

Encontramos la respuesta final de Leibniz a este problema en su ensayo *Initia Rerum Mathematicarum Metaphysica*, escrito aproximadamente durante el mismo período que la correspondencia con Clarke pero no publicado hasta 200 años después. En ella, Leibniz intenta reconstruir los fundamentos de la geometría como teoría de las relaciones de orden, y ve

con toda claridad el problema que plantea el paso a una teoría de la magnitud continua. Primero, intenta caracterizar la diferencia entre cantidad y cualidad:

> *La cantidad* o magnitud es aquella determinación de las cosas que *puede conocerse en las cosas sólo por su proximidad coexistente inmediata (o por su observación simultánea).* Por ejemplo, es imposible saber qué es un pie y una yarda si no se dispone de un objeto presente aplicado como patrón para comparar objetos diferentes. Por tanto, no se puede explicar por completo qué es «un pie» por definición, es decir, por algo que no contenga una determinación de la misma especie. Pues siempre podemos decir que un pie tiene 12 pulgadas, pero surge, a su vez, la misma cuestión respecto de la pulgada, y no hemos progresado nada.[13]

Es muy importante aquí la insistencia en que una determinación de cantidad presupone una «proximidad coexistente inmediata». Esto hace de la cantidad algo comparable: todo juicio del tipo «*X* es así de grande» ha de ser equivalente a un juicio comparativo «*X* es tanto mayor que (tan grande como) un cierto (patrón) *Y*». Segundo, Leibniz insiste en que esta comparación se ha de establecer por coincidencia, en proximidad temporal y espacial. (Notemos que coincidencia es una noción de orden.)

Hay casos en que automáticamente se satisface este presupuesto de «proximidad coexistente inmediata», a saber, cuando una de las dos cosas comparadas es parte de la otra:

> Si una parte de una cantidad es igual a toda la otra cantidad, entonces se dice que la primera es *mayor* y la segunda *menor*. De donde aquello de «*el todo es mayor que la parte*».[14]

En este pasaje, la conclusión de que el todo es mayor que cualquiera de sus partes se deduce del principio explícito «Si una parte de *X* es igual a *Y*, entonces *X* es mayor que *Y*» y del principio tácito «Toda cosa es igual a sí misma». Pero supongamos que *Y* no es parte de *X*. ¿Cómo podemos llegar a la premisa de que *Y* es igual a parte de *X*?

Leibniz responde que si *Y* coincide con parte de *X*, la premisa vale; pero si no se satisface esta condición de coincidencia, o bien hemos de hacer coincidir *X* e *Y* o bien utilizar algún patrón externo y hacerlo coincidir con cada uno. Es importante apreciar cómo ésta es una respuesta a la pregunta

¿qué papel puede tener la noción de cantidad en una teoría que empieza por relaciones de orden? Pues Leibniz está diciendo, en efecto, que el estudio de la cantidad ha de ser también un estudio de la relación: de la relación de igualdad de magnitud (congruencia). Esta relación de congruencia más la relación no métrica de parte-todo bastará para definir *mayor que* y también *N* veces *mayor que*. Para pasar de aquí a juicios cuantitativos tales como «El terreno tiene dos hectáreas» o «el proceso duró dos horas» hemos de elegir un patrón, una unidad de medida; y esta elección no puede ser fruto de una definición nominal, sino que ha de incluir necesariamente la ostensión o designación de alguna entidad empírica.

Esto reduce todas las cuestiones de métrica a cuestiones sobre la relación de congruencia. Insiste Leibniz en que la determinación de la congruencia presupone una coincidencia («proximidad coexistente inmediata»). Parece que fue Roger Boscovitch el primero en suscitar la cuestión sobre el cumplimiento de este presupuesto al preguntar: ¿tenemos motivos para aceptar que una barra de hierro o madera de 10 pies tiene la misma longitud después de haberla movido? [15]

En concreto, consideremos dos períodos sucesivos de un mismo péndulo. *Ex hypothesi* no puede darse entre ellos tales coincidencias. En consecuencia, hemos de servirnos de algún patrón externo, por ejemplo, de un reloj; es decir, hemos de elegir un movimiento (proceso) periódico que nos sirva de patrón, y definir su período como la unidad. Y ¿qué movimiento periódico elegiremos? ¿Es una buena o mala elección? Sin duda, la cuestión de la congruencia se volverá a plantear para los períodos sucesivos de cualquier proceso que elijamos como patrón... si es que tiene sentido aquí la cuestión de una buena elección.

Leonhard Euler examinó esta cuestión en *Réflections sur l'espace et le temps*.[16] Propone el criterio siguiente: un movimiento es de verdad periódico si cuando lo tomamos como patrón de la unidad tiempo se cumple la primera ley del movimiento de Newton. (Es decir, la ley de inercia, que establece que un cuerpo en movimiento que no se vea afectado por fuerzas externas [no neutralizadas mutuamente] recorre distancias iguales en tiempos iguales).

En esta época (mitad del siglo XVIII) la mecánica de Newton era una teoría científica bien confirmada y muy acatada. Por eso parece que Euler está proponiendo un criterio empírico y objetivo, apoyado por la misma evidencia que nos lleva a aceptar las leyes del movimiento de Newton. Pero si aceptamos el criterio de Euler de la idoneidad de un reloj elegido, ¿qué pasa con la ley de inercia? Hemos convenido elegir nuestros relojes de tal modo que sus resultados confirman necesariamente dicha ley; se tendrá a todo supuesto contraejemplo de la ley como prueba de que hemos utilizado un mal reloj. Pero en ese caso esta ley no es ya una afirmación fáctica y empírica: lo que garantiza su verdad no es la manera de ser del mundo sino lo que hemos decidido significar con «el reloj marcha regularmente».

Supongamos que tuviéramos que utilizar un reloj no patrón que da la lectura $f(t) = u$ cuando nuestro reloj habitual da t. Si la función f no es excesivamente complicada podemos escribir sin dificultad las leyes del movimiento en términos de u en lugar de t. Las leyes antiguas serían correctas con los relojes antiguos, y las nuevas leyes con los nuevos. Y, naturalmente, los dos conjuntos de leyes dirían objetivamente lo mismo, sólo el lenguaje sería diferente. Entonces ¿por qué elegir el primero?

La primera respuesta es de tipo histórico: siempre hemos considerado periódicos a algunos procesos, que, además, coinciden unos con otros y proporcionan, por ello, un juego de relojes fácilmente disponibles. Poincaré puso de relieve que ésta no es una explicación suficiente.[17] En último término, aunque no tengamos un reloj que marche según $f(t)$, podríamos decidirnos a usar la variable $u = f(t)$ y no t en la física teórica. De hecho podríamos tener nuestras buenas razones para ello: razones de simplicidad y conveniencia matemática. En cierto sentido, señala Poincaré, esto es lo que hacemos: desde Newton no consideramos que los relojes naturales (aceptados sin discusión antes de Newton) marchan con una regularidad estricta. Los corregimos para compensar las perturbaciones debidas a las fuerzas externas, que, según dice la ciencia, actúan sobre ellos.

De hecho, los astrónomos corrigen sus cronómetros para compensar la acción de la temperatura, la resistencia del aire, etcétera, y aceptan el día sideral (duración de la rotación de la Tierra, medida por el movimiento aparente de las estrellas) como patrón. Pero tampoco lo tienen por totalmente preciso, a causa de la influencia de las mareas; la ciencia newtoniana establece que las mareas afectan a la constancia de la rotación de la Tierra. ¿Por qué no retener los viejos relojes (aceptar el día sideral como patrón) y corregir las leyes de la dinámica? Porque en ese caso nuestra ciencia sería increíblemente complicada:

> De manera que la definición implícitamente adoptada por los astrónomos puede resumirse así:
>
> El tiempo debe ser definido de tal modo que las ecuaciones de la mecánica sean lo más simples posible.
>
> En otros términos, no hay una manera de medir el tiempo que sea más verdadera que otra; la adoptada generalmente es sólo más *cómoda*.[18]

Por consiguiente, la conclusión es que la cantidad consiste en ciertas relaciones, en especial la de congruencia, y en particular la de congruencia con un patrón; la elección de este patrón es esencialmente convencional en el caso del tiempo.

b) *Elementos convencionales y objetivos en la definición*

Las palabras con las que Poincaré resume su conclusión, «el tiempo debe ser definido de tal modo que las ecuaciones de la mecánica sean lo más simples posible», tal vez sean un tanto engañosas. El proceso histórico muestra más bien que los datos se reúnen a partir de medidas hechas con relojes tradicionales; se proponen hipótesis para dar una explicación sistemática de estos datos; se corrigen luego los relojes de acuerdo con esas hipótesis, y se reinterpretan convenientemente los datos. (Algunas veces se llama a este aspecto de la investigación científica círculo o espiral hermenéutico. La acción mutua entre medida e hipótesis en una investigación así,

es especialmente manifiesta en el procedimiento discutido por Adolf Grünbaum.[19]) Ponerles a las hipótesis científicas la condición de que no han de necesitar una reinterpretación de los datos de medición, complicaría de hecho en exceso la empresa de la ciencia. Por otra parte, la simplificación teórica tiene también sus leyes económicas.

Pero la conclusión importante es que la afirmación de que dos intervalos de tiempo son iguales en magnitud sólo tiene sentido con referencia a un patrón de congruencia temporal, que se ha de determinar independientemente. En este sentido, esta magnitud no es intrínseca, al modo que el número de piezas de una colección es una característica intrínseca de esa colección. La determinación de un patrón de congruencia temporal —un reloj— no es en sí misma una afirmación factual. No significa que el reloj elegido es verdaderamente periódico, sino sólo que se utilizará, por estipulación, como patrón para lo que se llamará periódico.

Con todo, hemos de hacer notar aquí un punto muy importante acerca de estipulaciones o definiciones. Incluso una definición puramente convencional puede tener un presupuesto factual. Por ejemplo, una definición de la forma

1) Por definición, $X = Y$ si y sólo si Y tiene la propiedad F

presupone que no hay más de una cosa que tiene la propiedad F. Un ejemplo explícito de 1 es la siguiente definición de un número n

2) Por definición, $X = n$ si y sólo si $x^2 = x^3$

que tiene un presupuesto falso, ya que $0^2 = 0^3$ $(= 0)$, y también $1^2 = 1^3$ $(= 1)$. Así, esta definición nos llevaría a la prueba:

3) $0 = n$
$1 = n$
por tanto, $0 = 1$

Si nos encontramos con que una definición tiene un presupuesto, podemos anteponer a la definición un postulado o prueba de que el presupuesto es verdadero, o bien podemos reformular la definición para eliminar el presupuesto. (Este es un tema de lógica, y no tenemos necesidad de entrar en él.)

Como señaló Poincaré, la definición de congruencia temporal puede tener también uno de estos presupuestos factuales.[20] Supongamos que se propone la siguiente definición para la unidad de duración:

4) Una unidad de tiempo es, por definición, la magnitud del intervalo de tiempo que transcurre entre la emisión y la vuelta de una señal luminosa, que va por el vacío y es reflejada por un espejo colocado exactamente a 1 metro del foco luminoso.

Es fácil construir un reloj luminoso de este tipo. Y supongamos que el reloj puede girar sobre su eje, de modo que la luz no vaya siempre en la misma dirección. Mejor aún, que sean dos los relojes luminosos, uno junto al otro, pero formando ángulo. ¿Concordarán los dos? La definición anterior presupone que sí. Esta es una afirmación empírica; de hecho, contradice la teoría de la existencia del éter, del siglo XIX. Albert A. Michelson y Edward W. Morley idearon un experimento para contrastar esta afirmación; para sorpresa de todos, el experimento la confirmó (en el capítulo V discutiremos este experimento).

Demos un enunciado exacto de lo que se presupone aquí: cuando se acepta como patrón de congruencia temporal un cierto tipo de proceso, se presupone que, si se hace coincidir a dos miembros de esta clase, concuerdan («equivalencia» en el sentido de Poincaré). Esta comparación de la duración entre procesos coincidentes no es convencional, como ya vio Leibniz. En realidad, entra por completo en el tema del orden temporal, ya que la afirmación

5) El proceso *A* y el proceso *B* tienen la misma duración

es en este caso equivalente a

6) El proceso *A* y el proceso *B* ocupan el mismo intervalo de tiempo

es decir,

7) Los comienzos de *A* y de *B* son simultáneos, y los finales de *A* y de *B* son simultáneos,

o, eliminando la dependencia en la distinción antes-después,

8) Los extremos de *A* y *B* son simultáneos dos a dos.

El elemento convencional, que hemos subrayado antes, interviene sólo cuando los dos procesos no coinciden.

La conclusión es, pues, que la métrica del tiempo es convencional en cuanto elegimos el patrón de congruencia (que puede ser un proceso o clase de proceso actual, u otro cualquiera calculable a partir de un proceso actual y una cierta teoría). Pero hay también un elemento objetivo; la elección de una clase de reloj puede tener ciertos presupuestos factuales, que han de ser verdaderos.

c) El debate Poincaré-Russell

Russell publicó en 1897 su *Essay on the Foundations of Geometry* («Ensayo sobre los fundamentos de la geometría»), del que Poincaré hizo una recensión crítica. Russell escribió una réplica y Poincaré una contrarréplica.[21] Hay que hacer notar que cuando Russell escribió el ensayo era idealista, pero cuando sostuvo este debate con Poincaré estaba por completo en contra del idealismo. Además, el debate se centró en gran parte en el espacio y la geometría; nosotros intentaremos rastrear lo que atañe al tiempo.

Russell expone sus opiniones sobre el tiempo en la sección 151 del ensayo. Esta sección es en gran parte una reformulación de los puntos de vista de Bernard Bosanquet. Resumiremos primero la posición de Bosanquet sobre el tema, para mostrar un primer punto de desacuerdo entre Poincaré por

un lado y Bosanquet y Russell por el otro. Citaremos, después, algunos fragmentos del Ensayo de Russell para mostrar un segundo punto de desacuerdo.

En pocas palabras, Bosanquet arguye de esta forma: sólo se puede medir la duración por comparación con un reloj: un proceso *elegido* para señalar intervalos iguales. Si disponemos de varios candidatos a servir de patrón, la cuestión de cuál es el correcto «no tiene sentido». Hasta aquí no hay desacuerdo con Poincaré. Pero Bosanquet considera luego la afirmación:

9) No hay ningún proceso periódico cuyos períodos tengan todos la misma duración (después de efectuar las correcciones para compensar las influencias externas).

De lo anterior se sigue, dice Bosanquet, que esta afirmación es absurda. Pues si la medida del tiempo sólo puede consistir en la comparación con un patrón, entonces esta afirmación equivale a la proposición de que ningún proceso es verdaderamente periódico comparado con un nuevo patrón, que *ex hypothesi* no existe.[22]

Bosanquet estaba argumentando contra la concepción de que la magnitud temporal es algo intrínseco y que no consiste simplemente en la relación a un patrón de congruencia estipulado. Pero el argumento anterior va demasiado lejos, desde el punto de vista de Poincaré. Según Poincaré, podemos elegir cualquier métrica para el tiempo por motivos de simplicidad teórica. Bosanquet parece ignorar aquí la posibilidad de que una medida puede incluir no sólo comparación sino también cálculo. Cuando se cae en la cuenta de este hecho se puede fácilmente concebir una métrica en la que 9 es verdadera.

Por ejemplo, supongamos que hemos usado hasta ahora un reloj C, que a cada acontecimiento X le adjudica una fecha (coordenada de tiempo) $t(X)$. Y adoptamos ahora una nueva forma de computar el tiempo por la que atribuimos a cada acontecimiento X una coordenada $t'(X)$ tal que

$$t'(X) = \log t(x)$$

y tal que la magnitud del intervalo de tiempo entre X e Y es

$$|t'(X) - t'(Y)|$$

Puede muy bien suceder que con esta definición no haya períodos iguales. Con todo, la propuesta no es absurda en absoluto, ya que disponemos de un modo fácil de determinar las magnitudes temporales: primero usamos el reloj C, y después hacemos el cálculo según la fórmula $t' = \log t$.

Pero aunque Bosanquet y Russell hubieran admitido que t' presenta una métrica aceptable, con todo no se habrían comprometido con el punto de vista de que *cualquier* métrica es en principio aceptable. En concreto, no aceptarían una métrica que depende explícitamente de la posición temporal. Citemos en este punto a Russell:

> No se puede hacer coincidir temporalmente a ningún día con ningún otro día, para mostrar que los dos se solapan exactamente uno al otro; nos vemos obligados, por consiguiente, a suponer arbitrariamente que algún movimiento o conjunto de movimientos, que se nos presentan en la experiencia, es uniforme...
>
> Pero aquí... se nos abre otra posibilidad matemática, que sólo se puede excluir por su absurdo filosófico; podríamos haber supuesto que en el conjunto anterior de movimientos aproximadamente concordantes todos tenían velocidades que variaban aproximadamente como una función del tiempo, digamos $f(t)$, arbitrariamente supuesta, medida desde un origen arbitrario... Tal hipótesis *es* matemáticamente posible, pero está excluida lógicamente por la naturaleza comparativa del juicio de cantidad, y filosóficamente por el hecho de que implica el tiempo absoluto, como agente determinante de cambios...[23]

El argumento lógico de «la naturaleza comparativa del juicio de cantidad» de Russell es fundamentalmente el de Bosanquet, que acabamos de discutir.

El argumento filosófico de Russell suscita una cuestión diferente: si, debido a nuestro nuevo cómputo del tiempo, todos los procesos (por ejemplo) se aceleran con el tiempo, entonces esta aceleración ha de tener una causa. Puesto que la única variación correlativa se halla en la posición temporal, esta causa ha de ser el tiempo mismo. Pero la idea de un tiempo absoluto causalmente eficaz es absurda, según Russell.

(Cómo mínimo, sería una suposición infundada, que conduce a todo tipo de dificultades teóricas).

Se da el argumento en el supuesto de que toda aceleración ha de tener una causa. ¡Exacto! ¿No postulaba Newton precisamente eso en su muy lograda ciencia de la dinámica? Esta sería la razón en la mente de Russell. Pero Newton sólo postuló que toda aceleración *medida con los relojes que él admitía* es proporcional a las fuerzas que no se neutralizan. Si nos cambiamos a una nueva métrica del tiempo, pongamos por caso $t' = f(t)$, entonces nos hemos cambiado, de hecho, a un lenguaje diferente para narrar los mismos hechos empíricos. La segunda ley del movimiento de Newton establece que la aceleración, medida por $t = f^{-1}(t')$, es proporcional a una fuerza no neutralizada. No lo dice para una aceleración medida por $t' = f(t)$.

Por ejemplo, la definición corriente de la métrica del tiempo dirá:

> Para acontecimientos X e Y tales que $t(X) \leq t(Y)$, la magnitud del intervalo $[t(X), t(Y)]$ es
>
> $$d(X,Y) = |t(Y) - t(X)|.$$

Supongamos que decidimos usar la métrica alternativa dada por:

> Para acontecimientos X e Y tales que $t(X) \leq t(Y)$, la magnitud del intervalo $[t(X), t(Y)]$ es
>
> $$d'(X,Y) = |t(X) + 1/2[t(Y) - t(X)]|.$$

En esta nueva métrica todos los procesos que son periódicos en la antigua métrica se retrasan con el tiempo, hasta un determinado instante, después del cual empiezan a acelerarse con el tiempo. Ciertamente no entra en la dinámica de Newton que *esta* aceleración varíe proporcionalmente a una cierta fuerza (desconocida). Si alguien adopta esta nueva métrica, entonces no puede hallar las consecuencias correctas de las leyes de Newton hasta que no haya traducido estas

leyes a su nuevo lenguaje (en el que «congruencia temporal» tiene un nuevo significado).

Naturalmente, esto también significa que la adopción de una nueva métrica ha de ir acompañada de una determinación de cómo medir duraciones especificadas por ella, y por tanto, de una traducción a la vieja métrica. Si Poincaré hubiera subrayado más este punto, Alfred North Whitehead, un crítico inglés posterior, quizá no habría pensado que lo siguiente contradice su punto de vista:

> ... de hecho hemos presentado a nuestros sentidos un conjunto definido de transformaciones que forman un grupo de congruencia, cuyo resultado es un conjunto de relaciones de medida, que no son arbitrarias bajo ningún concepto. Por consiguiente, hemos de establecer nuestras leyes científicas en consonancia con ese grupo particular de congruencia.[24]

Como antes hemos dicho, Russell discutía estas cuestiones con Poincaré en una época en que se había pasado definitivamente del idealismo al realismo. Su rebelión contra aquellos a los que hasta 1898 había seguido fue tan entusiasta que «empezó a creer todo lo que los hegelianos no creían».[25] Por consiguiente, sus argumentos no son los que podríamos esperar de una obra suya. Más bien van en la línea de razonar que la duración ha de ser una característica intrínseca de un proceso y que no tiene nada que ver con las comparaciones. Puesto que los hegelianos no aceptaban la realidad del tiempo absoluto de Newton, Russell lo hacía; pero tras este «primer éxtasis delicioso y despreocupado» iría adoptando opiniones más equilibradas.[26]

3. *LA ANISOTROPIA DEL TIEMPO*

a) La perspectiva temporal de pasado y futuro

Vamos a tratar ahora del concepto importantísimo, pero escurridizo, de *dirección* [sentido]. Si alguien me pregunta «¿En qué dirección está Barcelona?», le respondería «al

norte». Sería una respuesta correcta, suponiendo que la pregunta se hace en Tarragona. Pero si se me hace la pregunta en Gerona, contestaría «al sur». Es decir, la noción de «la dirección de Barcelona» es incompleta; es, por ejemplo, una elipsis de «la dirección de Barcelona desde Tarragona». Además, las direcciones norte y sur no representan relaciones entre lugares cualesquiera, sino sólo entre lugares sobre la Tierra. Por ejemplo, la pregunta de si el Sol está o no al norte de Sirio no tiene sentido. Por otra parte, podríamos inventar un sistema cósmico de direcciones: no tendríamos más que elegir algunos cuerpos como puntos de referencia, igual que escogemos la estrella polar como punto de referencia para la Tierra. De hecho, cuando se creía que la Tierra era el centro del universo, las direcciones geográficas se ampliaban a todo el universo. Quedan todavía vestigios de ello en el lenguaje ordinario («el Sol sale por el este») y en la astrología («al principio de abril el Sol está en Aries»).

También hay direcciones [sentidos] en el tiempo: pasado y futuro. Si se me pregunta «¿En qué dirección [sentido] temporal está la segunda guerra mundial?» puedo responder satisfactoriamente «en el pasado». La respuesta es correcta en parte porque se me hace en 1969, pero no lo sería en 1934. Por consiguiente, la noción de «la dirección [sentido] temporal de *X*» es incompleta; es una elipsis de «la dirección [sentido] temporal de *X* desde *Y*».

Podemos observar una falta de paralelismo en inglés (castellano): para el caso del tiempo, tenemos una locución especial cuando la dirección es relativa a la enunciación de la respuesta:

1*a*) Barcelona está al norte de aquí.
(Barcelona está al norte del lugar en que se emite este enunciado.)

1*b*) La segunda guerra mundial está en el pasado.
(La segunda guerra mundial es anterior al tiempo en que se emite este enunciado.)

2*a*) Gerona está al norte de Barcelona.

2*b*) La segunda guerra mundial es anterior a la guerra de Corea.

Reparemos en que decimos «al norte de» tanto en 1*a*, caso subjetivo para el espacio, como en 2*a*, caso objetivo. Pero en 1*b* decimos «en el pasado»», y en 2*b* decimos «anterior a»; no decimos «*X* está en el pasado de *Y*» (para indicar que *X* es anterior a *Y*).

Se ha pensado con frecuencia que esta diferencia gramatical refleja una diferencia de hecho. Bergson acusó a los primeros filósofos de haber espacializado el tiempo al pensar que el tiempo es de alguna manera el *dual* (paralelo o doble) del espacio. Los ejemplos 1*a*-2*b* muestran que en inglés (castellano) el discurso temporal no es puramente el calco del discurso espacial, pero, ¿podría ser esto un accidente histórico en el desarrollo de la lengua? (en última instancia, podríamos emplear «en el pasado de» en lugar de «anterior a»). Pero consideremos lo siguiente:

3*a*) Cuando las personas P_1 y P_2 dicen «aquí» al mismo tiempo, por lo general no se refieren al mismo lugar.

3*b*) Cuando las personas P_1 y P_2 dicen «ahora» al mismo tiempo, se refieren al mismo tiempo.

¿No revela esto una desemejanza? ¿No muestra que «ahora» es de algún modo lo mismo para todos, en un sentido en que «aquí» no lo es? Pero 3*b* no niega el dual de 3*a*. El dual de 3*a* es:

3*c*) Cuando las personas P_1 y P_2 dicen «ahora» en el mismo lugar, por lo general no se refieren al mismo tiempo.

Y esto es completamente cierto. Imaginemos (en un lugar) una conversación entre gente bien educada en la que dos personas no hablan a la vez.

Otra idea en favor de una desemejanza factual entre el tiempo y el espacio la ofrece el hecho de podernos mover en el espacio: podemos estar al sur de Barcelona y, tras cierto esfuerzo, llegar a estar al norte de Barcelona. Pero no podemos estar después de la segunda guerra mundial y llegar a estar antes de ella: no es posible viajar por el tiempo.

Esta idea requiere aclaración; en especial desde que, como todo lector de ciencia ficción sabe, parece que es concebible

viajar por el tiempo (aunque la noción ha dado origen a algunas paradojas). El argumento anterior parece incluir otra falta de correcto paralelismo. Empecemos por:

4*a*) En el tiempo t_1, P_1 estaba al norte de Barcelona, y en un tiempo posterior t_2, P_1 estaba al sur de Barcelona.

Esta afirmación expresa el hecho de que P_1 se desplazó de un lugar a otro. Ahora bien, su dual o paralelo no es el absurdo:

4*b*) En el tiempo t_1, la segunda guerra mundial estaba en el pasado de P_1, y en un tiempo posterior t_2, la segunda guerra mundial estaba en el futuro de P_1.

Antes bien, el paralelo de 4*a* es:

4*c*) En el lugar q_1, la segunda guerra mundial estaba en el pasado de P_1, y en otro lugar q_2 al norte de q_1, la segunda guerra mundial estaba en el futuro de P_1.

Y la sentencia 4*c* podría ser verdadera, por ejemplo, si P_1 vivió en Barcelona hasta 1939 y en Tarragona a partir de 1946. Lo que crea confusión es sólo que el movimiento, que es un cambio de lugar con el tiempo, tiene un lugar importante en nuestro esquema conceptual ordinario, pero la noción paralela de cambio de tiempo con el lugar es muy rebuscada y forzada y no entra en nuestro esquema conceptual ordinario.[27] Naturalmente ha de haber una razón para esto; quizá la razón es que no podemos realmente tomar parte en un viaje en el tiempo del tipo (no trivial) descrito en las narraciones de ciencia ficción.

Sea como fuere, la dirección [sentido] objetiva antes-después se nos muestra más importante que cualquier dirección en el espacio. Y por eso surgió con toda espontaneidad la pregunta: ¿no hay una base física de esta dirección [sentido]?

Hemos visto que Leibniz pensó que *anterior a* era una relación temporal básica, a explicar sobre la base de la

relación causa-efecto. Si este intento hubiera tenido éxito, no se necesitaría encontrar una base distinta para las relaciones *entre temporal* o *simultáneo*, pues éstas se pueden definir a partir de *anterior a*. En este siglo, Reichenbach intentó lo mismo. Admitía que no podíamos ser tan poco críticos acerca de la noción de causa como lo fue Leibniz; después de todo hemos de afrontar las críticas que hizo Hume a esta noción. Por consiguiente, Reichenbach intentó explicar la noción «*X* es la causa de *Y*»; para ello empleó un método que llamó el *método de la señal*. Puesto que este método fracasó por completo, no nos detendremos a examinarlo aquí (aunque volveremos brevemente sobre él en el capítulo VI).

Si no es posible encontrarle una contrapartida física a la relación antes-después, aún nos queda la posibilidad de proceder como con el espacio, es decir, podemos dar por supuesta la relación entre (o de separación de pares), esperar encontrarle una contrapartida física, e introducir entonces la dirección [sentido] temporal igual que se introducen las direcciones geográficas para cosas sobre la superficie de la Tierra. Esto significaría que emplearíamos puntos de referencia en el tiempo, tal como utilizamos la estrella polar; por ejemplo, podríamos estipular que el nacimiento de Cristo es *anterior a* la muerte de Cristo. (Esto se ajustaría al uso corriente, como el lector puede comprobar por sí mismo).

Pero los filósofos de la ciencia suscitaron aquí una interesante cuestión. Las direcciones norte y sur no aparecen en la física, ya que ningún cuerpo o lugar determinado sobre la Tierra juega un papel en la física. Análogamente, ni el nacimiento ni la muerte de Cristo, ni ningún otro acontecimiento, juega un papel en la física; por tanto, las definiciones convencionales de *antes de* no serían posibles en ella. Pero sí que aparece en la física la relación antes-después. ¿No muestra esto que las direcciones [sentidos] temporales no son análogas a la dirección espacial?

Sugiere que es posible una definición de la dirección [sentido] temporal, que no tenga ninguna referencia esencial a un punto de referencia elegido por convención. ¿Cómo se formaría esta definición? Tendría que fijarse en alguna asimetría

de los procesos naturales, en el desarrollo histórico del mundo. Por ejemplo, supongamos que hay un proceso natural X que en los casos concretos X_i tiene siempre la forma:

$$X_i = (A_iB_iC_iD_i)$$

y nunca suceden en la forma inversa $(D_iC_iB_iA_i)$. Entonces, suponiendo que está dada la relación temporal entre, podríamos definir:

> E es anterior a F si y sólo si hay un caso $X_i = (A_iB_iC_iD_i)$ de X tal que F está entre E y A_i, y A_i está entre F y D_i.

(Esta definición tiene un presupuesto factual; el lector habrá de tratar de dar con él.) A los procesos del tipo X se les llama *irreversibles*. ¿Hay procesos irreversibles? Por supuesto: enfermedad, vejez, muerte, combustión, digestión; hay muchos ejemplos de procesos corrientes que no podemos invertir.

Pero volviendo a la física, la cuestión es si estos procesos no suceden o no pueden suceder en sentido inverso simplemente por imposibilidad física. Si las leyes de la física no excluyen la reversibilidad de estos procesos, entonces, por los indicios que tenemos, se puede conjeturar que su inversión podría eventualmente ocurrir.*

Nos encontramos en este punto con que las leyes de la mecánica no implican la irreversibilidad de ningún proceso. (Esto es cierto no sólo para la mecánica clásica sino también para la mecánica quántica y la relativista). Mas podríamos esperar encontrar que tales asimetrías están implicadas en otra rama de la física, en la termodinámica, que trata de procesos irreversibles *prima facie* tales como la combustión, mezclas y reacciones químicas.

El problema de la existencia de tales asimetrías se conoce como problema de *la anisotropía del tiempo* (conocido tam-

---

* Este argumento no es del todo exacto. La cosmología podría llegar a la conclusión de que, incluso si todos los procesos naturales son reversibles por lo que concierne a las leyes físicas, las condiciones límite son, sin embargo, tales que la historia del mundo tiene cierta asimetría Pero la cosmología es aún algo especulativo.

bién como problema de «la dirección [sentido] del tiempo» o «flecha del tiempo», o también del «flujo del tiempo»; estos términos son más bien capciosos). Se piensa que el espacio es *isótropo* porque no creemos que haya ninguna asimetría permeante o sistemática en la estructura espacial del universo. Si, análogamente, nuestra física no implica ninguna asimetría permeante o sistemática en la evolución temporal del universo, sostendremos que también el tiempo es isótropo. En ese caso, las relaciones antes y después, las direcciones [los sentidos] temporales de pasado y futuro, no tendrán substancialmente mayor importancia que las relaciones que determina la brújula. Serán, pues, definibles sólo mediante puntos de referencia convencionalmente elegidos, y sólo serán importantes por razón de las condiciones locales de nuestra época. Y aparecerán en la física sólo por razón de la conveniencia de relacionar la variable tiempo con los relojes de uso corriente. Por otra parte, si nuestra física sí impone una de esas asimetrías sistemáticas, entonces sostendremos que el tiempo es anisótropo.

Una última observación antes de entrar en la termodinámica: con esta discusión entraremos en el siglo xx. Pero la mayor parte de la discusión (y la totalidad de la parte que nos concierne) es independiente de los desarrollos característicos de la física del siglo xx (relatividad y teoría quántica).

b) La termodinámica y la irreversibilidad física

I. Termodinámica fenomenológica. La termodinámica se desarrolló a principios del siglo xix, y en especial gracias a los trabajos de Nicholas Leonard Sadi Carnot. Una teoría física trata de sistemas físicos, y hablamos de un *sistema mecánico* cuando la teoría es la mecánica, de un *sistema termodinámico* cuando la teoría es la termodinámica, de un *sistema biológico* cuando la teoría es la biología, etc. Un sistema termodinámico es precisamente un sistema considerado desde el punto de vista de la termodinámica. Y esto quiere decir: caracterizado por las propiedades que se estudian en la termodinámica. Lo mismo vale para la noción de *estado termodi-*

námico: el estado termodinámico de un gas en el tiempo t queda dado al determinar la presión P, al volumen V, y la temperatura T en el instante t, —porque éstas son las magnitudes físicas que utiliza la termodinámica.

La termodinámica se apropió algunos conceptos de la mecánica, en particular, el concepto de *trabajo*. En la mecánica se define el trabajo como el producto de fuerza por espacio. Por ejemplo, supongamos que empujo un objeto hasta trasladarlo a la distancia de 1 metro. Depende del peso del objeto el que tenga que aplicar una fuerza mayor o menor. Cuanto mayor sea la fuerza que aplico, mayor será el trabajo que realizo. Si ahora empujo otro objeto con la misma fuerza, pero a la distancia de 2 metros, realizo un trabajo mayor. La cantidad de trabajo realizado es igual a la fuerza aplicada multiplicada por la distancia a través de la cual se ha movido el objeto.

El trabajo es uno de los modos por los que se puede variar el estado de un sistema. Supongamos que tengo un gas en un recipiente con un pistón, y aplicando una fuerza hago bajar el pistón cierta distancia. En ese caso, he realizado cierta cantidad de trabajo sobre el gas (el sistema) y por ello he variado su estado (ha disminuido su volumen y ha aumentado su presión). Otra manera de alterar el estado de un sistema es calentándolo. Si coloco el recipiente del gas sobre una llama, se le aplica cierta cantidad de calor, y su estado varía (aumentan su presión y su temperatura). El tercer concepto importante de la termodinámica es el de *energía*. Esencialmente, la energía es la capacidad de realizar un trabajo. Supongamos que caliento el gas en el recipiente con el pistón, y luego dejo ir el pistón. El gas hará subir el pistón. La razón es que al calentar el gas le dimos más energía, y ha podido realizar un trabajo (mover el pistón a lo largo de cierta distancia).

La energía que tiene un sistema es función de su estado. Enunciemos ahora la primera ley de la termodinámica, que tiene dos partes:

1*a*) En un sistema aislado, la suma de todas las formas de energía permanece constante.

1*b*) En un sistema cerrado, el aumento de energía (por medio de un cambio de estado) es igual al trabajo realizado sobre el sistema más el calor absorbido por éste:

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W$$

Donde *cerrado* significa que la materia no puede entrar ni salir del sistema; *aislado*, que ni materia ni energía pueden entrar ni salir del sistema; $\Delta U, \Delta Q, \Delta W$ representan los incrementos de energía, calor y trabajo respectivamente. (El lector advertirá que 1*a* es un corolario de 1*b*.)

Es importante notar que en 1*a* hemos dicho «todas las formas de energía». Hay energía mecánica (la de un resorte de espiral o la de un volante en movimiento), energía térmica (la de un radiador caliente), energía química, etc. Consideremos los siguientes ejemplos: I) Se ponen en contacto, y se las aísla luego de todo lo que las rodea, dos barras de metal a diferente temperatura: sus temperaturas se igualarán (a una temperatura que estará entre las temperaturas primitivas); II) Un volante en rotación llega a pararse debido al rozamiento de sus cojinetes: aumenta la temperatura de los cojinetes y de la rueda (la energía mecánica de la rueda se convierte en energía térmica por el rozamiento).

Estos son ejemplos de cambios en el interior de sistemas aislados. Vale la pena notar que los procesos inversos a éstos no tienen lugar. (Naturalmente podríamos quitar el calor de la rueda volante y de los cojinetes, y volverlo a poner en movimiento. Pero esto sólo se puede hacer rompiendo el aislamiento del sistema y aceptando el intercambio con otros sistemas). Pero ¿por qué no tienen lugar estos procesos inversos? La energía total del sistema aislado permanece la misma; por consiguiente, el proceso inverso no violaría la primera ley. Ha de haber algún otro principio que determine la *dirección* en que un proceso puede tener lugar. Si bien nuestros dos ejemplos son muy distintos, ¿tienen algo en común?

Para hacer la pregunta con mayor precisión: dados dos estados de un sistema aislado, ¿hay algún criterio para determinar si existe algún proceso posible que lleve de uno al otro? Se podría responder a esta cuestión si hubiera alguna propiedad del estado que fuera diferente al comienzo y al final

de un *posible proceso*. Esta propiedad no puede ser la energía, ya que se conserva siempre la misma en un sistema aislado. Se encontró tal propiedad: se la llama *entropía*.

Si un sistema que está a la temperatura T (grados absolutos) recibe una cantidad de calor ΔQ, el aumento de su entropía vale

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$$

La *segunda ley de la termodinámica* dice que

2) Ningún cambio que tenga lugar en un sistema aislado puede tener como resultado una disminución de la entropía del sistema.

Así pues, en un sistema aislado algunos procesos conducirán a estados de la misma entropía, y otros a estados de mayor entropía. En este último caso, el proceso inverso no es posible.

En el ejemplo I, las barras B_1 y B_2 están a las temperaturas T_1 y T_2, siendo $T_1 > T_2$. B_1 cede cierta cantidad de calor ΔQ; B_2 tiene un incremento de calor ΔQ, y B_1 un incremento de $-\Delta Q$. Sea S_1 la entropía de B_1 y S_2 la entropía de B_2. Por la definición del incremento de entropía tenemos:

$$\Delta S_1 = \frac{-\Delta Q}{T_1} \quad \text{y} \quad \Delta S_2 = \frac{\Delta Q}{T_2}$$

La variación total de la entropía del sistema aislado compuesto que comprende a B_1 y B_2 es, pues:

$$\Delta S_1 + \Delta S_2 = \frac{-\Delta Q}{T_1} + \frac{\Delta Q}{T_2} = \Delta Q\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) > 0$$

Por tanto, en este cambio aumentó la entropía, y la segunda ley predice, a lo que parece con toda exactitud, que el proceso inverso no puede tener lugar.

La entropía de un sistema queda reflejada hasta cierto punto en la forma de energía que tiene. Cuando la energía

mecánica se transforma en calor, como en el ejemplo II, siempre aumenta la entropía. Por eso se dice que el calor es una energía de *nivel bajo;* y la energía mecánica es de *nivel alto* (la energía eléctrica es también de nivel alto, y la energía química de nivel medio). De manera más intuitiva: si en el ejemplo II se empleara el calor producido por el rozamiento para mover la rueda volante (por medio de una máquina de vapor), *no podría* hacer que el volante girara a la misma velocidad que antes (con independencia del rendimiento de la máquina de vapor). Por esta razón, Kelvin llamó a la segunda ley el principio de la *degradación de la energía.* Si la ley es absolutamente exacta, el universo está muriendo poco a poco de muerte térmica: todas las formas de energía acabarán convirtiéndose en calor, y el mundo alcanzará un equilibrio térmico, del que nunca podrá salir. Esto ciertamente haría al tiempo anisótropo.

II. Termodinámica y mecánica estadística. Ya en el siglo XVII se propuso la hipótesis de que las propiedades termodinámicas características —calor y temperatura— estaban de alguna forma relacionadas con el movimiento molecular. Sin embargo, un número de factores hizo que los científicos del siglo XIX consideraran la hipótesis como infructuosa: en primer lugar, el éxito de los métodos «fenomenológicos»; en segundo, los pocos deseos de postular entidades hipotéticas tales como las moléculas; y en tercer lugar el poquísimo éxito de las hipótesis semejantes en mecánica respecto a los fenómenos eléctricos, magnéticos y químicos. Pero se siguió examinando la hipótesis y resultó ser particularmente fructífera en la teoría de los gases; al final del siglo XIX se podía decir que la termodinámica había quedado reducida a una mecánica estadística.

En relación con esto, consideremos la ecuación del gas perfecto:

$$PV = RT$$

(aquí, R es una constante [la constante del gas]). Las cantidades P, presión, y V, volumen, también las hallamos en la mecánica. En la mecánica podemos deducir una relación

entre la presión y el volumen de un gas, y la energía cinética media E de las moléculas del gas:

$$PV = \frac{2NE}{3}$$

(aquí N es el número de moléculas de una molécula-gramo del gas [número de Avogadro]). De estas dos ecuaciones podemos inmediatamente deducir:

$$RT = \frac{2NE}{3}$$

esto es,

$$T = \frac{2NE}{3R}$$

que expresa la temperatura del gas en términos de la energía cinética de las moléculas. En otras palabras, se ha expresado una propiedad no mecánica del gas como un todo, como una función de una propiedad puramente mecánica de las moléculas que lo constituyen.

Naturalmente, un volumen de gas tiene gran cantidad de moléculas, dotadas de un movimiento altamente desorganizado. No es factible, por tanto, aplicar directamente las leyes del movimiento a este sistema tan complejo, razón por la cual se desarrollaron métodos estadísticos para suplirlas. El apoyo para la aplicación de este método lo ofrece la *hipótesis quasi-ergódica*. En el siglo XIX era una pura hipótesis plausible; en el siglo XX se ha probado que se sigue de los principios de la mecánica clásica.

Para explicar la hipótesis quasi-ergódica hemos de explicar las nociones de *microestado* y *macroestado*. Una molécula tiene una posición q y un momento p; estas cualidades conjuntamente determinan sus estados. Se nos da el microestado del gas (en un tiempo t) si se nos da el estado de cada una de las moléculas que lo componen, dentro de cierto

margen pequeño de variación. Los macroestados son simplemente lo que antes hemos llamado estados termodinámicos. Podemos determinar un macroestado por medio de nuestros instrumentos de medida: podemos medir la presión y el volumen de un gas, y también su temperatura (o, si se prefiere, la energía cinética media de sus moléculas). No podemos medir la posición y la energía cinética de las moléculas individuales.

La hipótesis quasi-ergódica es un postulado que garantiza que cada uno de los microestados es igualmente probable; es decir, si el sistema está aislado y dejado a sí mismo, entonces estará, tras muchísimos cambios, el mismo tiempo en cada uno de sus microestados posibles. (Y qué microestados son posibles lo determina tan sólo las exigencias de que el gas permanezca en el recipiente, y que su energía total permanezca constante.) Este resultado es independiente de su estado inicial, y no se dice nada aquí de su entropía. ¿Cómo puede concordar esto con la segunda ley de la termodinámica?

Para responder a esta pregunta hemos de conocer qué corresponde a la entropía en la termodinámica estadística. Hay muchos más microestados que macroestados, en el sentido de que nuestros toscos instrumentos pueden (en principio) distinguir entre cualesquiera dos macroestados pero no entre cualesquiera dos microestados. Aunque sepamos que el gas está en el macroestado M, sin embargo, no sabemos en qué microestado está; sólo sabemos que ha de ser uno de una clase $K(M)$. Ahora bien, la magnitud de $K(M)$ varía enormemente de un macroestado a otro, lo que quiere decir que algunos macroestados son mucho más probables que otros. Por ejemplo, sea m el número de microestados. Entonces, por la hipótesis quasi-ergódica, cada microestado tiene la probabilidad de $1/m$. Si $K(M)$ tiene i miembros, entonces la probabilidad de M es i/m.

En otras palabras, la probabilidad de M es directamente proporcional al número de microestados que pertenecen a $K(M)$. Ahora bien, el concepto estadístico de entropía es tal que la entropía de un estado corresponde a su probabilidad. De modo que cuanto más probable es un estado mayor es su entropía, y viceversa. Resulta que la probabilidad corresponde

en todos los aspectos relevantes al concepto primero, termodinámico, de entropía.

Los estados más probables son los estados de equilibrio. Si un sistema está en equilibrio en un instante dado, y algo más tarde lo controlamos, lo probable es que siga en estado de equilibrio (ya que ningún otro estado es más probable). Si el sistema no está en equilibrio al principio, otros estados son más probables, y lo probable es que más tarde se encuentre en un estado más probable, es decir, en un estado de mayor entropía. Esta es la versión estadística de la segunda ley de la termodinámica.

Así pues, la reducción de la termodinámica a la dinámica estadística lleva a una revisión de la segunda ley:

3) Un cambio que tiene lugar en un sistema aislado llevará muy probablemente a un estado de mayor o igual entropía.

Pero «muy probablemente» no es «con certeza»; y también vale lo siguiente:

4) Tras muchísimos cambios, los decrementos de la entropía son tan frecuentes como los incrementos.

El aparente conflicto entre 3 y 4 parece originar una paradoja. De hecho, es frecuente referirse a ella como la *paradoja de Loschmidt*, por el científico que la señaló. Pero no hay aquí ninguna contradicción real.[28]

III. Entropía y anisotropía temporal. La segunda ley de la termodinámica, tal como se formuló al principio, se hubiera adaptado muy bien a una definición de la dirección [sentido] temporal. Supongamos que se han explicado, o se dan por supuestas, las relaciones de orden «*entre*» y «*simultáneo*». Entonces podemos definir un *estado* de un sistema X como la clase exhaustiva de los acontecimientos simultáneos que envuelven a X. Y podemos definir *posterior a* como sigue: si S_1 y S_2 son estados de X y el estado S_2 es de mayor entropía que S_1, entonces S_2 es posterior a S_1; y además, si S_3 está entre S_1 y S_2, entonces o S_1 o S_2 es posterior a S_3.

Pero la formulación estadística de esta segunda ley no se adapta a esta tarea. Es verdad que asegura que los estados de entropía baja decaen *muy probablemente* hacia estados de entropía alta. Pero se concluye este hecho puramente sobre la base de las probabilidades absolutas de los macroestados. Por tanto, también podemos concluir que un estado de entropía alta precede también muy probablemente a un estado de entropía baja. Por consiguiente, no podemos definir sin más «*posterior a*» como la dirección del cambio a una entropía más alta en la mayoría de los casos.

¿Cómo se ha de conciliar esto con el hecho de que nosotros sólo presenciamos cambios a estados de mayor entropía en los procesos naturales? Ludwig Boltzmann, que desarrolló el concepto estadístico de entropía a fines del siglo XIX, dijo que la aceptación primera de la segunda ley fenomenológica sólo reflejaba condiciones *locales*. E inmediatamente sacó la conclusión de que no hay ninguna contrapartida física de la relación antes-después para el universo en su conjunto. El equilibrio térmico es el estado más probable; por tanto, el universo en su conjunto está en equilibrio térmico. Lo que nosotros presenciamos aquí es sólo una anomalía local:

> Entonces aparecerán acá y allá en el universo, que está en equilibrio térmico en todas partes y por consiguiente muerto, regiones relativamente pequeñas del tamaño de nuestra galaxia (las llamamos mundos singulares) que, durante un tiempo de eones relativamente corto, se apartarán apreciablemente de este equilibrio térmico. ...Para el universo son indistinguibles las dos direcciones [sentidos] del tiempo, lo mismo que en el espacio no hay arriba ni abajo. Sin embargo, igual que en un lugar particular sobre la superficie de la Tierra llamamos «abajo» a la dirección hacia el centro de la Tierra, así un ser viviente en un intervalo particular de tiempo de uno de estos mundos singulares distinguirá la dirección [sentido] del tiempo hacia el estado menos probable y la dirección opuesta (aquélla hacia el pasado, ésta hacia el futuro).[29]

Por descontado, esto era cosmología especulativa; además, se presenta la referencia a los seres vivos y a su sentido del antes y después a modo de fábula o mito; una treta heurística.

En general, los autores del siglo XX han concedido validez al razonamiento de Boltzmann. La asimetría en los procesos

naturales respecto al pasado y al futuro, tan evidente en nuestra experiencia, no sólo proviene de las leyes de la física sino que en parte se debe a las condiciones límite en nuestra era galáctica. Admitirlo no significa que no pudiera haber una asimetría permeante o sistemática en la historia del universo en su conjunto, pero ciertamente nos impide considerar necesaria tal extrapolación.

Una contribución importante a la discusión de la anisotropía temporal la aporta la noción de *sistema derivado, (branch system),* introducida por Reichenbach y desarrollada por Grünbaum.[30] Decimos que un sistema se «deriva» cuando ha estado en interacción con el medio y luego se aísla. Normalmente, este aislamiento no es perfecto; y normalmente el sistema derivado vuelve a abandonar incluso este aislamiento relativo en un tiempo relativamente corto. Ejemplo: una piedra sobre la Tierra calentada por el Sol durante el día, y aislada de esta radiación solar durante la noche. Incluso la versión estadística de la segunda ley asegura que:

a) Si el sistema derivado está inicialmente en equilibrio, las más de las veces sigue en equilibrio cuando cesa el aislamiento.

b) Si el sistema derivado no está inicialmente en equilibrio, su entropía aumenta las más de las veces durante su aislamiento.

Aquí no podemos añadir a *b* que su estado inicial está también precedido por un estado de alta entropía, ya que el sistema derivado no existía como sistema aislado antes de ese estado inicial. De modo que tenemos aquí una asimetría estadística definida. Que tales sistemas derivados se están formando constantemente a nuestro alrededor es, por supuesto, una condición de entorno y no la consecuencia de una ley.

Una vez decididos por este tipo de asimetría de facto debida en parte a condiciones de entorno, podemos encontrar otros ejemplos de irreversibilidad física.[31] Además podemos considerar si estas asimetrías factuales no se extienden, de hecho, por toda la historia del universo. Esta es una cuestión a aclarar dentro de una teoría cosmológica —un área de la

física en la que las teorías no han logrado por ahora éxitos convincentes.

Por otra parte, *nosotros* tenemos muchas maneras de coordinar la dirección [sentido] temporal con rasgos del mundo físico, como hemos visto en el apartado 3*a*. Por tanto, cuando Boltzmann, basándose en su reformulación de la segunda ley de la termodinámica, llamó a las direcciones [sentidos] temporales antes y después «una mera ilusión que surge de nuestro punto de vista particularmente restringido», adoptó una posición más audaz que sostenible.[32]

4. *LO QUE ES EL TIEMPO*

a) El tiempo y la mente

La pregunta «¿qué es el tiempo?» tiene un presupuesto: que existe una cosa a la que llamamos tiempo. Tal como argüimos en el capítulo I podríamos negarnos a aceptar este presupuesto, negarnos a dar una respuesta directa de la forma «el tiempo es...» y mantener, en su lugar, que el tiempo no es en absoluto ningún tipo de cosa.

Hay cierto peligro en aceptar el presupuesto. *Podría* llevarnos a un entorpecimiento conceptual como éste:

> Si el tiempo es una cosa (del tipo que sea), entonces podemos concebir que no existe nada a excepción de esa cosa. Por consiguiente, la existencia del tiempo es independiente de la existencia de cualquier otra cosa. Por tanto, la idea de Newton de un tiempo absoluto ha de ser, en última instancia, verdadera.

Nos hemos encontrado ya con un número de falacias que incluyen las nociones de concebibilidad y posibilidad, y ese argumento no convencerá a nadie que esté prevenido en este punto. En otras palabras, nos hemos de descarriar necesariamente por admitir que la pregunta «¿qué es el tiempo»? no es desacertada.

Los intentos de dar una respuesta directa a esta pregunta pueden arrojar algo más de luz sobre los conceptos temporales. Recordemos que Aristóteles definió «el tiempo» como

«la medida (número) del movimiento según lo anterior y lo posterior». Declaramos que ésta es una definición adecuada sólo de la duración, ya que da por supuesto el orden temporal. Pero, en cualquier caso, es una respuesta directa a la pregunta «¿qué es el tiempo?». Aristóteles hace a continuación una pregunta que concierne a la entidad tiempo, así concebida: ¿es una entidad mental o podría existir con independencia de la mente?

Si el tiempo existiría o no si no existiera el alma, es una pregunta que podría hacerse alguno; pues si no puede haber nadie que numere, no puede haber nada numerable y, por tanto, evidentemente tampoco puede haber número, pues número es o lo numerado o lo numerable. Pero si no puede por naturaleza contar más que el alma, y en el alma la inteligencia, no puede haber tiempo si no existe el alma, sino sólo aquello de lo que el tiempo es un atributo, como si, por ejemplo, se dijera que puede existir movimiento sin el alma; y lo anterior y lo posterior son atributos del tiempo, y el tiempo es estas cosas *qua* (en cuanto) numerables.[33]

[Podemos leer «medida» donde pone «contar» (numerar) y «número»]. Recordemos que el principal argumento de Aristóteles en favor de su definición del tiempo, que implica que *no* es independiente del movimiento, era un argumento fenomenológico. Así pues, la cuestión de la dependencia de la mente se planteó desde el primer momento, como señaló santo Tomás.[34]

La respuesta de Aristóteles a esta pregunta no es del todo clara. La traducción que hemos dado sugiere que sin mente no habría tiempo, sino sólo movimiento. Santo Tomás, sin embargo, leyó este pasaje como una opinión que Aristóteles tuvo en cuenta, pero que rechazó luego. Es claro, sin embargo, que hay una falacia modal importante en el argumento, como señaló santo Tomás.

Mas tal vez es verdadera la proposición condicional que puso en primer lugar; es decir, que si es posible que haya alguien que numere, es imposible que haya algo numerable. ...Pero no se sigue que, si no hay quien numere, entonces no hay nada numerable, como sigue el argumento del filósofo.[35]

En un mundo en el que no hay seres capaces de medir, aún podría un proceso tener cierta duración (comparado con

otro proceso) en el sentido de que si hubiera habido seres que midieran, habrían podido establecer este hecho. Esta es la conclusión indicada por santo Tomás. (Pero esta conclusión hace uso de las nociones contrafactuales, que son objeto de disputa filosófica incluso cuando no hay por medio falacias obvias.)

La historia posterior del problema contiene ejemplos de todas las posturas posibles que cabe adoptar. Maimónides mantenía con firmeza que la existencia del tiempo depende de la existencia del movimiento, pero de nada más (incluida la mente). Avicena, sin embargo, argumentaba que el tiempo no existe sino en la mente, ya que las relaciones antes y después son de tal naturaleza que sólo son posibles por la memoria y la expectativa. Duns Scoto intentó una síntesis: en cuanto el tiempo es un aspecto del movimiento es independiente de la mente, ya que el movimiento es; en cuanto es una medida, su existencia depende de la existencia de un ser capaz de medir.[36] René Descartes y Benedict Spinoza sostuvieron que la distinción entre movimiento y tiempo es una mera distinción de razón, y el tiempo es sólo un «modo del pensamiento».[37] Barrow y Newton fueron al extremo opuesto; Leibniz, por otra parte, sostuvo que el tiempo es una entidad ideal, y parece tener una postura conceptualista. Immanuel Kant intentó una nueva síntesis. En este tema vemos casi un ejemplo paradigmático del movimiento dialéctico de tesis-antítesis-síntesis a lo largo de la historia de la filosofía. Vamos a dar una breve ojeada al intento kantiano de sintetizar las posturas de Leibniz y Newton, limitando nuestra atención a la filosofía natural y a los primeros escritos de Kant.

b) El concepto kantiano de tiempo

Leibniz, recordamos, definió «el tiempo» como «el orden de los acontecimientos no contemporáneos». Es una respuesta directa a la pregunta «¿qué es el tiempo?». Leibniz la amplió diciendo que el tiempo es algo, *una entidad ideal*.[38] El tiempo absoluto newtoniano sería una entidad concreta, igual que la Tierra, la galaxia y las estrellas fijas son entidades

concretas. Los números, las relaciones y las construcciones matemáticas son entidades ideales. A toda multitud de objetos físicos le corresponden algunas entidades ideales tales como su número y configuración espacial. A toda multitud de acontecimientos le corresponden algunas entidades ideales tales como su número y su orden temporal. Cuando esta multitud abarca todos los acontecimientos, su orden temporal es precisamente el tiempo mismo.

Leonhard Euler puso dos objeciones de peso a esta doctrina.[39] La primera es que el tiempo tiene partes (el año 1748, el siglo XX, etc.). Pero ¿cómo puede tener partes un orden? Notemos, además, que estas partes están ellas mismas ordenadas por las relaciones temporales ordinarias (el año 1748 es anterior al siglo XX). ¿Es, pues, el tiempo también el orden de las partes del tiempo? Y si es así, ¿no lleva esto a un círculo vicioso? La segunda objeción es que todo acontecimiento imaginable es concebido como estando situado en el tiempo: el tiempo es el emplazamiento o ubicación no sólo de todos los acontecimientos actuales sino de todos los acontecimientos posibles. Si el tiempo es simplemente el orden de todos los acontecimientos actuales ¿cómo puede situar los acontecimientos puramente posibles? Estas objecciones hicieron una gran impresión en Kant, y siempre las consideró justas y precisas, aunque no siguió siendo newtoniano. Las dos objeciones de Euler son desconcertantes, a pesar de su atractivo intuitivo: y haríamos bien en ver cómo las habría rebatido Leibniz. La primera objeción es la menos difícil de las dos, por la posibilidad de reformular todas las afirmaciones sobre las partes del tiempo. Por ejemplo, en vez de decir «sucedió tal día» podríamos decir «sucedió en tal rotación de la Tierra», ya que estas rotaciones señalan los días. Hasta los newtonianos aceptan que *nosotros* podemos referirnos a una parte determinada de tiempo, o describirla, sólo por referencia a los acontecimientos que suceden en ella. Segundo, todas las partes del tiempo están marcadas por coordenadas (fechas). De modo que se dispone también de las paráfrasis en términos de estas coordenadas. El newtoniano diría que la variable tiempo t de la física se ordena según los instantes absolutos, pero el leibniziano puede defender que t se ordena

según los números reales utilizados como coordenadas temporales. (Tendría, pues, que mostrar que el uso de estas coordenadas no le obliga a admitir la existencia de instantes absolutos, pero esto es algo que en cualquier caso tiene que hacer.)

Leibniz concedía sin dificultad la segunda objeción, es decir, que hay que concebir que los acontecimientos posibles están situados en el tiempo.

> El vacío que se puede concebir en el tiempo, como el del espacio, indica que el tiempo y el espacio se aplican tanto a las cosas posibles como a las existentes.
>
> El tiempo y el espacio son de la naturaleza de las verdades eternas, que versan por igual sobre lo posible y sobre lo existente.[40]

Si recordamos la respuesta de Leibniz al argumento de Barrow sobre la posibilidad de la creación, será claro el significado exacto de este texto. Consideremos las dos situaciones (estados de cosas) posibles:

> Inglaterra está separada del continente por el mar.
> Inglaterra no está separada del continente por el mar.

De estas dos, una existe, la otra es meramente posible. Según Leibniz, esto significa que una es verdad en ese mundo posible que es el mundo existente, y la otra es verdad en algún otro mundo posible. Ciertamente no se podría situar a ambas en el mismo mundo posible. Que haya que concebir a las dos ubicadas en el tiempo quiere decir que las situaciones (estados de cosas) de cualquier mundo que *existe* tienen un orden temporal, que es el tiempo. De modo que si se concibe como existente algún otro mundo posible, se concibe que el tiempo es el orden temporal de *sus* estados; de ahí que se conciba que esos estados están en el tiempo. (Diríamos: cada mundo posible tiene *su* tiempo, y el tiempo simpliciter es el tiempo del mundo existente).

Kant objetó que no es así como lo pensamos; no pensamos que el tiempo hubiera podido ser diferente de lo que es, sino que solamente el orden de los acontecimientos o es-

tados *en* el tiempo hubiera podido ser diferente; y, *mutatis mutandis*, otro tanto respecto del espacio. Kant lo generalizó diciendo que hay una cierta forma general que todo mundo posible ha de tener; precisamente un mundo posible es esta forma general necesaria llenada con ciertos contenidos contingentes. El tiempo y el espacio no son sino aspectos de esta forma. En su *Dissertatio*, caracterizó esta forma general como «el principio de acciones recíprocas posibles»:

> ... se considera al vínculo que constituye la forma *esencial* de un mundo como el principio de *acciones recíprocas posibles* de las substancias que constituyen el mundo. Ya que las acciones recíprocas actuales no pertenecen a la esencia sino al estado.[41]

Más tarde, Kant caracterizó esta forma general del mundo físico (es decir, fenoménico para él) como exigida por los principios *a priori* de nuestro entendimiento. Estos principios determinan la estructura de nuestro esquema conceptual, y por tanto, la manera de concebir el mundo físico. Una doctrina semejante sobre la forma general de todo mundo posible aparece en el *Tractatus Logico-Philosophicus* de Wittgenstein (si bien Wittgenstein no pregunta si esta forma general es exigida por principios que rigen nuestro entendimiento).

> 2.013 Cada cosa está, por así decirlo, en un espacio de posibles hechos atómicos. Puedo imaginar que este espacio está vacío, pero no puedo imaginar la cosa sin el espacio.
>
> 2.0131 ... Una mancha en el campo visual puede no ser rosa, pero debe tener un color; tiene, por así decirlo, un espacio-color en torno suyo. El tono debe tener *una* intensidad, el objeto del tacto *una* dureza, etc.
>
> 2.022 Es claro que un mundo imaginado, por muy diferente que sea del mundo real, debe tener *algo* —una forma— en común con éste.
>
> 2.0251 Espacio, tiempo y color (cromaticidad) son formas de los objetos.
>
> 2.11 La figura presenta los estados de cosas en el espacio lógico, la existencia y no-existencia de los hechos atómicos.[42]

De modo que la afirmación de que algo es de un cierto tipo implica que hay un conjunto de familias de propiedades tal

que esta cosa está caracterizada por un miembro de cada una de las familias:

> *X* es un objeto físico de tamaño mediano *implica* que *X* está en alguna parte en el espacio, tiene un color, una estructura, un contorno, y ...*X* es un acontecimiento *implica* que *X* está en alguna parte en el tiempo, y ...

El conjunto de estas familias de propiedades determina el *espacio lógico* de este tipo de cosas. (Cada familia por sí misma, o cada subconjunto de estas familias, determina un subespacio de este espacio lógico, al que se puede llamar también espacio lógico. Wittgenstein habla del «espacio color».)

Como antes hemos indicado, la filosofía crítica desarrollada por Kant convirtió cuestiones de filosofía natural en cuestiones que versan sobre la conciencia y en entendimiento. En la «Estética trascendental» se caracteriza al tiempo como «una representación necesaria que está en la base de todas las intuiciones» y «una forma pura de la intuición sensible», «la condición subjetiva bajo la cual tan sólo puede la intuición tener lugar en nosotros».[13] Pero si nos quedamos en el nivel de la filosofía natural —un nivel de análisis ramplón y superficial para quienes prefieren dedicarse a la crítica trascendental de nuestro esquema conceptual— la primera pregunta es sobre la forma de esta forma pura de intuición. La pregunta «¿qué es el tiempo?» exige de nosotros —si aceptamos su presupuesto— objetivar esta forma de nuestra intuición y describirla como una forma en contraposición a una condición de la percepción sensible. Pero este asunto es más característico de la *Dissertatio*, y del *Tractatus Logico-Philosophicus*, que de la *Crítica de la Razón Pura*.

Quedándonos, pues, en el nivel de la filosofía natural, podemos resumir como sigue: el tiempo es un espacio lógico, un subespacio del espacio lógico total de los acontecimientos. Pero ¿qué es un espacio lógico? Wittgenstein pone el ejemplo del espectro cromático: el espacio lógico de las cosas coloreadas. Pero ¿qué es exactamente el espectro cromático? No es más que una franja o segmento rectilíneo con señales o marcas, trazadas sobre un papel, puramente imaginadas, o producidas

sobre una escala en la pared mediante una fuente luminosa y un prisma. Lo que *hace* es dar una imagen, con el grado de precisión deseado, de la parte de nuestro esquema conceptual concerniente a los colores. («¿Por qué no puede ser una cosa roja y verde en toda su superficie?» «Porque "rojo" y "verde" son etiquetas de partes diferentes del espectro, y una superficie homogéneamente coloreada tiene una ubicación única en el espectro»). Para ponerlo en forma más general: el espectro cromático es un segmento de la recta real que se usa para representar las relaciones significativas entre las palabras de color.

Hay que notar aún otro punto: el espectro cromático representa también todas las posibles relaciones entre las cosas en lo tocante al color. Por ejemplo, si dos retales coloreados hacen juego o no, está unívocamente determinado por su ubicación en el espectro cromático. Se ha sugerido que lo inverso también se cumple: qué color tiene una cosa está unívocamente determinado por las relaciones de congruencia cromática que tiene con todas las otras cosas coloreadas. Pero entonces hay que entender que «todas las cosas coloreadas» se refiere a todas las cosas coloreadas *posibles*. Pues seguramente es concebible que ciertos tonos de color no son el color de ninguna cosa existente. En este sentido el espectro cromático abarca todas las posibilidades; en expresión de Leibniz, versa «por igual sobre lo posible y sobre lo existente».

De forma análoga, podemos reconstruir la concepción que sostiene que el tiempo es una entidad ideal, y que, no obstante, es un aspecto de la forma de todo mundo posible, como significando que el tiempo es un espacio lógico que atañe a los acontecimientos. Su estructura es reflejar nuestro esquema conceptual en la medida en que concierne a las propiedades y relaciones temporales. La recta real (tomada o bien como una construcción geométrica o bien como una construcción teórica del número) se sugiere en este caso como capaz de cumplir esta función. Escribe Kant:

> ... y representamos la sucesión del tiempo por una línea que va al infinito, en la cual lo múltiple constituye una serie que es sólo de una dimensión; y de las propiedades de esa línea concluimos las propiedades todas del tiempo...[44]

En otras palabras, ahora estamos discutiendo la opinión que afirma que el tiempo es un espacio lógico y que un espacio lógico es, en general, una construcción matemática usada para representar interconexiones conceptuales entre una familia de propiedades y de relaciones; y, además, que este espacio lógico (tiempo) es la recta real que se usa para representar todas las posibles relaciones temporales entre acontecimientos y las interconexiones conceptuales entre esas relaciones. (Así, la simultaneidad se representa por la identidad de colocación sobre la recta real, y el hecho de que la precedencia temporal es incompatible con la simultaneidad se refleja en la incompatibilidad de $<$ y $=$.) [45]

Una clara valoración de esta concepción se encuentra en la filosofía de la ciencia desarrollada por la escuela neokantiana. En un apartado titulado «Die Zeit als mathematische Gebilde» («El tiempo como construcción matemática») escribe Paul Natorp:

> Si se consiera el tiempo como aparece en la ciencia fundamental de la naturaleza —la teoría pura del movimiento, o mecánica— se encuentra que representa en ella como un orden fijo, inmutable, único, en que todos los objetos naturales deben, por así decir, tomar su lugar y que todos deben atravesar.
>
> ... Según esta concepción, el orden temporal coincide exactamente —por lo que concierne a sus propiedades matemáticas— con el orden secuencial, unidimensional y recto de los *números*. En todos los aspectos, el tiempo aparece como la recta real en las ecuaciones de movimiento de la mecánica y en toda la física.[46]

En otras palabras, la formulación habitual de la mecánica newtoniana presupone que las relaciones temporales entre acontecimientos se pueden representar por las relaciones sobre la recta real. El uso de la variable tiempo t en física, que se proyecta sobre el continuo de los números reales, se basa en un supuesto isomorfismo entre el sistema de relaciones temporales entre acontecimientos y un sistema de relaciones en este continuo.

Pero naturalmente, no se puede usar la recta real para representar adecuadamente la totalidad de las relaciones temporales, si realmente no existe este isomorfismo. Tenemos aquí una objeción importante a la tesis de que el tiempo es el espa-

cio lógico que hemos estado describiendo. Pues recordamos que la teoría del tiempo cerrado, que ciertamente hay que tomar con seriedad como alternativa conceptual, lleva a la conclusión de que este isomorfismo no existe. Lleva a la conclusión de que para representar el sistema de las relaciones temporales no es necesaria la recta real sino una curva topológicamente cerrada (o el conjunto de los números reales ampliado). Lo cual muestra sin duda que la concepción que hemos sacado de los escritos de Kant, Natorp y Wittgenstein es demasiado estrecha.

Esto se debe, sin duda, al supuesto de que podemos determinar *a priori* la estructura que *ha de* tener el tiempo o la forma necesaria que ha de tener todo mundo posible. Si los principios necesarios que determinan la forma del mundo no son tautologías vacías, podemos pensar que no se cumplan, y entonces, ¿cuál es la base de su necesidad? La respuesta de la filosofía crítica es, naturalmente, que el método trascendental puede rastrear condiciones necesarias sintéticas (no tautológicas) y, con todo, *a priori*, de la posibilidad de toda experiencia o pensamiento coherente del mundo. Hoy se da un acuerdo básico entre casi todos, si no todos, los filósofos: una prueba trascendental de esta clase no es, en último término, practicable. Tal acuerdo no establece que la prueba no es practicable. Sin embargo, la falta final de éxito del método crítico es una buena razón para explorar otras alternativas, si nos atenemos al elemento racional de la investigación.

Por otra parte, hay muchos aspectos valiosos en la posición kantiana. En la sección 4c intentaremos mostrar en qué sentido es aún posible (y esclarecedor) considerar al tiempo como un espacio lógico.

c) *El tiempo como espacio lógico y la estructura de los acontecimientos*

Caracterizamos la noción de *espacio lógico* diciendo que un espacio lógico es una cierta construcción matemática usada para representar ciertas interconexiones conceptuales. Al representar cosas reales (inferiores de esos conceptos) por

medio de elementos de esa construcción matemática (sus «ubicaciones») representamos también las relaciones entre esas cosas. La noción de espacio lógico juega un papel importante en otras partes de la filosofía de la ciencia, y también en la filosofía de la lógica, y parece que vale la pena investigar más a fondo cómo se podría considerar el tiempo un espacio lógico.

Al considerar el tiempo, hemos de distinguir claramente entre la estructura relacional total de los acontecimientos (que es historia del mundo) y el tiempo. Incluso en el caso de que sólo nos sirvamos de las relaciones temporales para definirla, aquella estructura no será el tiempo. Es más bien una estructura que se supone que está adecuadamente representada por nuestro espacio lógico. Esto no quiere decir que nuestro espacio lógico ha de ser una construcción matemática isomórfica con la estructura temporal actual de los acontecimientos. Sólo se requiere que ésta se pueda encajar en aquél. Así, por ejemplo, la totalidad de todas las cosas coloreadas y las relaciones cromáticas (hacer juego, contrastar, etc.) entre ellas, probablemente no tengan una estructura isomórfica con el espectro cromático. Sólo se da tal isomorfismo si para cada color del espectro hay un objeto coloreado que tiene este color.

¿Diríamos, pues, que el espacio lógico ha de ser tal que la correspondiente estructura real ha de ser necesariamente encajable en él? Para dar una respuesta hemos de hacer una distinción referente al concepto de *necesidad*. Si se está pensando en «necesidad lógica», la respuesta ha de ser negativa. Pues nos ocupamos de la idea de tiempo tal como aparece en nuestro marco conceptual común y en el marco conceptual de las ciencias físicas. No puede haber ninguna garantía —y en esto discrepamos categóricamente de Kant— de que un esquema conceptual o teoría deba ser tal que el mundo existente se le ajuste exactamente. Si resulta que no es así, entonces esperamos cambiar eventualmente nuestras teorías por otras mejores. Pero no se puede prever el posible cambio en la teoría que nuestro diálogo con el mundo puede eventualmente producir; sus únicos límites son los de la necesidad y consistencia lógica. Por consiguiente, nuestra tarea como filósofos de la ciencia *no puede* consistir en elaborar un marco

en el que pueda quedarse el científico cualesquiera que sean las vicisitudes de la evidencia experimental. En una materia así, esta postura sólo podría ser sostenible si fuera trivial. Nuestra tarea es, más bien, elucidar y articular después el esquema conceptual de las teorías científicas admitidas. (Y puesto que ahora sólo tratamos del mundo macrofísico, éstas son la física clásica y la relativista.)

Así pues, a la pregunta de antes hemos de contestar: sí, la estructura temporal real de los acontecimientos ha de ser necesariamente encajable en nuestro espacio lógico. Pero aquí hay que interpretar necesidad no como necesidad absoluta lógica sino como necesidad relativa a las teorías científicas que admitimos.

Sin embargo, hemos de considerar aquí un reto serio: ¿por qué no nos habríamos de contentar con describir la estructura real de los acontecimientos en la medida en que tal descripción es posible sobre la base de las teorías aceptadas? Y ¿por qué no llamar a *esa* estructura «tiempo»? De hecho, hay un buen precedente para ello. La teoría del tiempo de Russell procedía exactamente de esa manera: el *tiempo* es la serie de instantes, y se define *instante* en términos de las nociones de *acontecimiento, solape (temporal),* y *precede (totalmente en el tiempo).*[47] Las definiciones son:

> *X* es un *instante: X* es una clase exhaustiva de acontecimientos que se solapan mutuamente.
>
> El acontecimiento *E* está *en* el instante *X: E* es miembro de *X.*
>
> El instante *X* es *anterior* al instante *Y:* algún miembro de *X* precede (totalmente) a algún miembro de *Y.*

¿Tendrá la serie de instantes así definida alguna de las propiedades que deseamos atribuir al tiempo? No necesariamente; pero esto sólo quiere decir que podíamos hallar que la estructura de la historia del mundo no es como la hemos concebido hasta ahora. Para estar seguros de que se ha definido el tipo apropiado de serie hemos de introducir algunos

supuestos empíricos acerca de los acontecimientos, en el sentido de que hay «suficientes» acontecimientos distribuidos «suficientemente al azar» respecto a las relaciones temporales. Por ejemplo, para asegurar la conclusisón de que ningún instante tiene un instante inmediatamente contiguo (igual que no hay ningún número racional contiguo a 1/2), Russell supone:

> Es imposible que un acontecimiento cese inmediatamente antes de que empiece otro (en el sentido de que si E cubre un intervalo de tiempo inmediatamente anterior a E', ha de haber un instante X tal que ambos, E y E', estén en X).

«Si esto sucede o no», escribe Russell, «es una cuestión empírica; pero si no sucede, no hay ninguna razón para esperar que la serie del tiempo sea compacta».[48]

Ciertamente esto presenta un reto a la opinión que mantiene que el tiempo es un espacio lógico. Sin embargo, no es en realidad un reto del que pueda decirse que ofrece una respuesta alternativa a la misma pregunta («¿qué es el tiempo?»). Los acontecimientos están situados en el tiempo, y la estructura de la historia del mundo está instalada en el tiempo, y concebimos que la historia del mundo está instalada en este mismo tiempo prescindiendo de la forma que realmente toma. Esta es, por supuesto, la objeción kantiana a la teoría de Leibniz. Decir que el tiempo es la estructura real de la historia del mundo es propiamente decir que nuestro concepto del tiempo (como contrapuesto a nuestro concepto de la historia del mundo) está equivocado o es superfluo. Es una postura perfectamente posible, pero es la postura de quienes afirman que la pregunta «¿qué es el tiempo?» está mal planteada. Sólo confusión puede ser el resultado de decir: sí, el tiempo existe, pero propiamente es la estructura real de la totalidad de los acontecimientos; fue un error concebir a esta última simplemente como una de las muchas estructuras posibles *en* el tiempo.

Nuestra conclusión es que no es necesario decir que existe eso que llamamos tiempo, pero que si lo decimos, la mejor respuesta posible a la pregunta siguiente —¿qué clase

de cosa es el tiempo?— es decir que es un espacio lógico. En primer lugar, esta noción tiene la suficiente flexibilidad como para eludir la crítica que califica la postura kantiana de demasiado estrecha. Pues haciéndonos eco del desarrollo de la ciencia física podríamos tomar como nuestro espacio lógico la recta real, o un segmento de ella, o el conjunto de los números reales ampliado. Este cambio sería ya algo definitivo si en una teoría cosmológica aceptada la variable tiempo *t* se proyectara no sobre el continuo de los números reales sino sobre una de estas otras construcciones matemáticas. En ese caso diríamos que el tiempo tiene un comienzo o que el tiempo es topológicamente cerrado. Ahora decimos que no se puede excluir la posibilidad de que el tiempo tenga un comienzo o que el tiempo sea topológicamente cerrado, porque vemos que la ciencia física podría llevar a tal concepción de la estructura actual del mundo que podríamos hacer la transición conceptual correspondiente.[19] La necesidad, que percibió Kant, de que el tiempo tenga la estructura de la recta real es tan sólo la necesidad de un esquema conceptual que se desarrolló con el éxito de la física newtoniana. Y todavía sentimos esta necesidad, en la medida en que no hemos aceptado una alternativa; sólo la especulación cosmológica reciente y el ocaso fulminante del marco clásico (en algunos aspectos importantes) han incrementado enormemente nuestra tolerancia de ambigüedad en este punto.

Por último, la concepción del tiempo como espacio lógico permite una síntesis «escotista» sobre la cuestión de si el tiempo es una entidad dependiente de la mente. Un espacio lógico es una construcción matemática *usada para representar*...; y, naturalmente, *usada por nosotros*. Si nosotros, utilizadores y representadores, no existiéramos, tampoco habría algo que se empleara para representar. La recta real no se puede usar para representar la estructura temporal real de los acontecimientos si no se puede encajar esta última en aquélla. Esta es pura y simplemente una cuestión objetiva de hecho empírico. Pero tampoco se puede usar así la recta real si no hay quienes la usen. Por tanto, en ese caso el espacio lógico *tiempo* (que es algo usado para representar otra cosa) no podría, pues, existir.

Pero este sentido —según el cual no habría tiempo si no hubiera seres dotados de razón— es inocuo. Es el mismo sentido según el cual no habría alimentos si no hubiera organismos, ni tazas de té si no hubiera bebedores de té.[60] Podría haber cosas que tuvieran una forma parecida a la que, en nuestro mundo, tienen las tazas de té. Podría haber cosas que podrían servir para beber té (cuencos, conchas, etc.). Pero lo que *nosotros* utilizamos para beber té son tazas de té, y en este sentido son objetos culturales tanto como el ajedrez o la polonesa.

1. Cf. NIETZSCHE, F.: *Wille zur Macht* (trad. inglesa de W. Kaufmann y R. J. Hollingdale, *The Will to Power*, Random House, Nueva York, 1967) Libro IV, cap. III. (Trad. cast.: *La voluntad de dominio*, Aguilar, Madrid, 1932); también DANTO, A.: *Nietzsche as Philosopher*, MacMillan, Nueva York, 1965, pp. 205-209.
2. REY, A.: *Le Retour éternel et la philosophie de la physique*, Flammarion, París, 1927.
3. BOIS, H.: «Le retour éternel de Nietzsche» en *L'Année Philosophique*, 24 (1913), 145-184; la cita es de las pp. 172-173.
4. Ver también CAPEK, M. «The Theory of Eternal Recurrence in Modern Philosophy of Science. With Special Reference To C. S. Peirce», en *Journal of Philosophy*, 57 (abril, 28, 1960), 289-296; y VAN FRAASSEN, B. C. «Capek on Eternal Recurrence», en *Journal of Philosophy*, 59 (julio 5, 1962), 371-375.
5. Cf. BLACK, M. «The Identity of Indiscernibles», en *Mind*, New Series 51 (abril, 1952), 153-164.
6. Cf. VAN FRAASSEN, *o.c.*, sec. VI; GRÜNBAUM, A.: *Philosophical Problems of Space and Time*, Knopf, New York, 1963. pp. 197-203.
7. HARTSHORNE, C.-WEISS, P. (eds.): *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*, Harvard Univ. Press, Cambridge, Mass., 1960, I, 274, 498; VI, 210; VIII, 317. Ver también la nota 4.
8. MESERVE, B. E.: *Fundamentals Concepts of Geometry*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1955, cap. 3, sec. 7.
9. ALEXANDER, *o.c.*, Clarke, tercera respuesta, par. 4, p. 32.
10. *Ibíd.*, Leibniz, quinta carta, par. 54, p. 75.
11. *Ibíd.*, par. 105, pp. 89-90.
12. *Ibíd.*, Clarke, quinta respuesta, par. 54, p. 105.
13. WIENER, *o.c.*, pp. 202-203.
14. *Ibíd.*, p. 205.
15. Cf. ALEXANDER, *o.c.*, pp. xliv-xlv.
16. EULER, L.: *Opera Omnia*, Rudo, F. *et. al.* (eds.), Series III, Teubner, Berlín 1911-1967, vol. II pp. 376-383. Cf. ALEXANDER, *o.c.*, pp. xliii-xliv; y WERKMEISTER, W. H.: *A Philosophy of Science*, Harper & Row, Nueva York, 1940, pp. 61-63.

17. POINCARÉ, H.: *La valeur de la Science*, Flammarion, París, 1970, cap. II, sec. III. (Trad. cast.: *El valor de la ciencia*, Espasa-Calpe Argentina, Buenos Aires, 1946.)
18. *Ibíd.*, cap. II, sec. V.
19. GRÜNBAUM, *o.c.*, pp. 139, 144-146.
20. POINCARÉ, *o.c.*, capítulo II, sec. IV.
21. RUSSELL, B.: *An Essay on the Foundations of Geometry*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, Eng., 1897. (Trad. cast. en *Obras completas*, tomo II, Ed. Aguilar, Madrid, 1973); el debate con Poincaré se puede encontrar en *Revue de métaphysique et de morale*, 7 (mayo, 1899), 251-279; 7 (nov., 1899), 684-707; 8 (enero, 1900), 73-86.
22. BOSANQUET, B.: *Logic*, Clarendon, Oxford, 1888, pp. 178-180.
23. RUSSELL, *Essay o.c.* sec. 151, pp. 156-157 (trad. cast., p. 125).
24. WHITEHEAD, A. N.: *Essays in Science and Philosophy*, Philosophycal Library, Nueva York, 1947, p. 265.
25. RUSSELL, B.: *My Philosophical Development*, Allen and Unwin, Londres, 1959, p. 62. (Trad. cast. de J. Novella: *La evolución de mi pensamiento filosófico*, Aguilar, Madrid, 1959, p. 62; existe otra edición castellana en Alianza Editorial, el libro de bolsillo, n.º 605.)
26. *Ibíd.*, pp. 62-64; Grünbaum, *o.c.*, pp. 44-48, 48-65 discute la posición de Whitehead y el realismo ingenuo adoptado por Russell.
27. TAYLOR, R. «Moving About in Time» en *Philosophical Quarterly*, 9 (oct. 1959), pp. 289-301; mayo; B. «Objects, Events and Complementary» en *Philosophical Review*, 70 (julio, 1961), pp. 340-361; DRETSKE, F. I., «Moving Backward in Time» en *Philosophical Review*, 71 (enero, 1962), pp. 94-98.
28. Cf. GRÜNBAUM, *o.c.*, pp. 240-242.
29. BOLTZMANN, L.: *Lectures on Gas Theory*, trad. ingl. de S. G. Brush, Univ. of California Press, Berkeley, 1964, pp. 446-447.
30. REICHENBACH, *Direction of Time*, *o.c.*, secs. 14-16; GRÜNBAUM, *o.c.*, cap. 8, pp. 254-263, y «The Anisotropy of Time» en GOLD, T-SCHUMACHER, D. L. (eds.): *The Nature of Time*, Cornell Univ. Press, Ithaca, N. Y., 1967, pp. 149-174; COSTA DE BEAUREGARD, O.: *Le Second Principe de la science du temps*, Ed. du Seuil, París, 1963.
31. GRÜNBAUM, *o.c.*, pp. 264-280.
32. BOLTZMANN, *o.c.*, p. 446.
33. Física, *o.c.*, 223a, 21-29; tomado de Ross, W. D., ed. *Aristotle's Physics*, Clarendon, Oxford, 1936.
34. Commentarium..., *o.c.*, lec. 17, 572-574.
35. *Ibíd.*, lec. 23, 629.
36. LANDRY, B.: *La philosophie de Duns Scot*, Firmin-Didot, París, 1922, pp. 126-127.
37. DESCARTES, R.: *Principia philosophiae*, en «Oeuvres de Descartes», L. Cerf, París, 1905 (trad. cast. «Los principios de la Filosofía», Ed. Reus, Madrid, 1925), I, LV-LVIII. SPINOZA, B. de: *Cogitata Metaphysica*, M. Nijhoff, La Haya, 1895, pp. 189-234, secs. I, IV.
38. WIENER, *o.c.*, pp. 231, 247, 253, 272-273.
39. EULER, «Réflexions sur l'espace et le temps», *Opera Omnia*, *o.c.*, II, 376-383.
40. LEIBNIZ, *Nouveaux Essays*, *o.c.*, II, XIV, secs. 24, 26.
41. KANT, I.: *De mundi sensibilis atque intelligibilis forma et principiis*, *o.c.*, Bd. II, p. 390.

42. WITTGENSTEIN, L.: *Tractatus Logico-Philosophicus*, D. F. Pears-B. F. McGuinnes, trs., Routledge and Kegan Paul, Londres, 1961, pp. 9, 11, 13, 15. (Trad. cast. de E. Tierno Galván, Revista de Occidente, Madrid, 1957.)
43. KANT, KrV, *o.c.* A 31, 33; B 46, 49; trad. cast. I, 136, 137, 140.
44. KANT, KrV, *o.c.* A 33; B 50; trad. cast. I, 141.
45. Para una discusión más amplia del papel y naturaleza de los espacios lógicos, véase VAN FRAASSEN, B. C. «Meaning Relations Among Predicates» en *Nous*, I (mayo, 1967), 161-179.
46. NATORP, P.: *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften*, Teubner, Leipzig, 1910, pp. 281-282.
47. RUSSELL, B.: *Our Knowledge of the External World*, Norton, Nueva York, 1929, pp. 123-128 (ed. cast. B. Russell: *Obras completas* II, Aguilar, Madrid, 1973, pp. 1201-1204).
48. *Ibid.*, p. 128, ed. cast. p. 1203-4.
49. Este es un caso de los que Sellars llama «posibilidad extraconceptual»; cf. SELLARS, W.: *Science, Perception and Reality*, Humanities Press, Nueva York, 1963, p. 319. (Trad. cast.: «Ciencia, Percepción y Realidad», Tecnos, Madrid, 1971.)
50. Cf. MEAD, G. H. «A Behavioristic Account of the Significant Symbol» en *Journal of Philosophy*, XIX (marzo 16, 1922), 157-163.

CAPITULO IV

LOS PROBLEMAS CLASICOS DE LA TEORIA DEL ESPACIO

En este capítulo enfocamos los problemas filosóficos concernientes al espacio que surgieron con anterioridad a la teoría relativista. En algunos aspectos, estos problemas guardan un paralelismo bastante exacto con los de la teoría del tiempo; para no caer en una repetición aburrida, nos concentraremos en aquellos aspectos que son peculiares del espacio.

1. *LAS TEORIAS ABSOLUTA Y RELACIONAL DEL ESPACIO*

a) Las concepciones de Newton y Leibniz

Newton introduce en el *Scholium* a las definiciones de sus ***Principia*** el concepto de espacio absoluto, en el que «se colocan todas las cosas... en cuanto al orden de situación». Newton escribe «el espacio absoluto, por su naturaleza sin relación a nada externo, permanece siempre igual e inmóvil».[1] La tesis de Newton llegó a tener una influencia enorme, al igual que su teoría del tiempo absoluto; uno de sus discípulos, John Keill, ofreció un buen resumen de esta concepción:

> Concebimos que el espacio es aquello donde se colocan todos los cuerpos... que es enteramente penetrable, recibiendo a todos los

cuerpos en él, y no negando el acceso a ningún tipo de cosa; que está inalterablemente fijo, incapaz de ninguna acción, forma o cualidad; cuyas partes no es posible separar unas de otras, por grande que sea la fuerza que se aplique; mas el espacio, siendo él mismo inmóvil, acepta las sucesiones de las cosas en movimiento, determina las velocidades de sus movimientos y mide las distancias de las cosas mismas.[2]

Así pues, los newtonianos explican su concepto de espacio diciendo que el espacio es muy parecido a un cuerpo material, de naturaleza muy etérea, aunque no del todo. No conceden la desemejanza principal —que los cuerpos están en el espacio pero que no tiene sentido preguntar dónde está el espacio—: las partes del espacio «son como los lugares de sí mismas y de todas las cosas».[3]

Se le opone la concepción relacional del espacio de Leibniz (el espacio no es una entidad concreta). Newton admite, por supuesto, que el movimiento puede ser relativo, es decir, que la distancia (o cualquier otra relación espacial) entre los cuerpos puede cambiar con el tiempo; a esto lo llamamos movimiento local. Pero Newton defiende, y Leibniz niega, que, cuando esto sucede, al menos uno de los cuerpos está en movimiento absoluto, es decir, en movimiento respecto al espacio mismo. La exposición más famosa de la postura de Leibniz la encontramos en la quinta carta a Clarke.

47. He aquí cómo llegan a formarse los hombres la noción de espacio. Consideran que muchas cosas existen a la vez y observan en ellas un cierto orden de coexistencia, según el cual la relación de unas cosas a otras es más o menos simple. Es su *situación* o distancia. Cuando sucede que una de esas cosas coexistentes varía su relación a una multitud de otras, sin que la varíen entre ellas, y que otra cosa, recién llegada, adquiere la misma relación a las otras que tenía la primera, decimos que ha ocupado su lugar. ... Y suponiendo o fingiendo que entre esos coexistentes hay un número suficiente de ellos, que no han tenido ningún cambio en ellos; entonces diremos que aquellos que tienen una relación a esos existentes fijos, como otros la tenían a ellos antes, tienen ahora el *mismo lugar* que esos otros habían tenido. Y a lo que contiene a todos estos lugares se le llama *espacio*.[4]

La frase «lo que contiene» no es, por supuesto, demasiado afortunada, pero Leibniz lo aclara por completo con una analogía: la estructura genealógica.

De la misma manera el pensamiento puede imaginar un orden consistente en líneas genealógicas, cuyas magnitudes consistirían sólo en el número de generaciones, donde cada persona tendría su lugar, y si a esto se añadiese la ficción de la *metempsicosis* e hiciéramos retornar a las mismas almas; las personas podrían cambiar de lugar. Aquel que ha sido padre o abuelo podría ser hijo o nieto, etc. Y sin embargo estos lugares, líneas y espacios genealógicos, aunque expresarían verdades reales, serían sólo cosas ideales.[5]

Nadie, creemos, sugeriría que existe un espacio genealógico absoluto en el cual las personas están colocadas por orden de parentesco, a no ser en el sentido de que las relaciones de parentesco definen una cierta estructura matemática. Pero Newton sostiene que el caso del espacio propiamente tal es del todo diferente, y vamos a examinar ahora los argumentos en que se apoya.

b) Los argumentos de Newton en favor del espacio absoluto

El término de Newton «movimiento absoluto» se refiere, por definición, al movimiento respecto al espacio absoluto. Por tanto, si Newton puede establecer que hay movimiento absoluto, entonces hemos de concederle que hay espacio absoluto. Esto suministra a Newton su estrategia fundamental, que él mismo resume así:

Ciertamente es dificilísimo conocer los movimientos verdaderos de cada uno de los cuerpos y distinguirlos efectivamente de los aparentes... Con todo, la cosa no es del todo desesperada. Pues se puede tomar argumentos, en parte de los movimientos aparentes, que son las diferencias de los movimientos verdaderos, en parte de las fuerzas, que son las causas y efectos de los movimientos verdaderos...[6]

¿Qué puede haber querido decir Newton con argumentos «de los movimientos aparentes, que son las diferencias de los movimientos verdaderos»? Si A y B están en movimiento relativo uno con respecto al otro, entonces no puede haber nada con respecto a lo cual ambos, A y B, estén en reposo. Pero ciertamente no podemos concluir de esto que o A o B está,

por tanto, en movimiento con respecto al espacio absoluto, si antes no hemos supuesto que el espacio absoluto existe. Cierto que, en la teoría de Newton, la conclusión es válida, pero tan sólo en virtud del principio que aquí está en discusión.

Los argumentos «de las fuerzas que son las causas y efectos de los movimientos verdaderos» se refieren al movimiento acelerado. Pues las leyes de Newton dicen que un cuerpo, sobre el que no actúa ninguna fuerza, sigue en el estado de movimiento (uniforme, rectilíneo) que tiene, y que las aceleraciones (absolutas) son causadas por fuerzas. Así pues, el segundo argumento parece decir que, si dos cuerpos se aceleran uno con respecto al otro, ello se debe a una fuerza que actúa al menos sobre uno de los cuerpos y que ese cuerpo se está también acelerando respecto al espacio absoluto.

El problema es cuál es el «status» de la afirmación «la aceleración absoluta es causada por una fuerza». Leibniz no acertó a ver lógica alguna en el argumento a causa de su diversa evaluación del «status» de ese principio. Para él era una afirmación en términos newtonianos de un hecho que podía enunciarse también en los suyos, en la medida que tuviera alguna relevancia empírica. En su quinta carta a Clarke, concede Leibniz que si dos cuerpos están en movimiento acelerado relativo, este movimiento es causado por una fuerza, y que podemos reconocer, realizando algunas medidas, el cuerpo en el que está dicha fuerza.

> No encuentro nada en... el Scholium... que pruebe, o pueda probar, la realidad del espacio en sí. Con todo, concedo que hay diferencia entre un movimiento verdadero absoluto de un cuerpo y un simple cambio relativo de su situación respecto a otro cuerpo. Pues cuando la causa inmediata del cambio está en el cuerpo, ese cuerpo está verdaderamente en movimiento...[7]

Comentaristas posteriores han sugerido que esta concesión es funesta para la posición de Leibniz, ya que, en último término, si hay movimiento verdadero absoluto, hay espacio absoluto. Pero Leibniz explica en el texto con toda claridad que lo que él llama movimiento verdadero no es lo que Newton llama movimiento absoluto. «*X* está en movimiento ver-

dadero» significa para Leibniz que *X* está en movimiento relativo, causado por una fuerza impresa en *X*. ¿Cómo podríamos decir que la fuerza está actuando sobre *X* y no sobre otro cuerpo? Esto nos lleva al último argumento de Newton.

Cuando un cuerpo se está realmente acelerando, acompañan al hecho ciertos *efectos de la fuerza*. Si un conductor acelera su coche, siente los efectos en su estómago y espalda; si se coloca una moneda sobre una superficie lisa que gira sobre su eje, es arrojada hacia fuera; si se le imprime un movimiento de rotación a un cubo lleno de agua, la superficie del agua se torna cóncava. Este último ejemplo (los efectos de la fuerza centrífuga que acompañan a la rotación) es de Newton. Pone, además, el ejemplo siguiente:

> ... Si se hace girar sobre su centro común de gravedad a dos esferas, que se mantienen a una determinada distancia por medio de un hilo que las une, podríamos descubrir, por la tensión del hilo, la tendencia de las esferas a separarse del eje de su movimiento, y... calcular por ese medio la cantidad de su movimiento circular.[8]

Newton explica que podemos descubrir la rotación absoluta percibiendo las fuerzas centrífugas, y en general, detectar la aceleración absoluta detectando fuerzas de aceleración. ¿Cómo analizaría Leibniz el argumento de Newton? Para él tendría la siguiente estructura:

1) El movimiento absoluto es el movimiento respecto al espacio absoluto (definición).
2) El movimiento verdadero es el movimiento causado por una fuerza sobre el cuerpo en cuestión (definición).
3) Los efectos de la fuerza centrífuga implican la existencia de una fuerza que está causando el movimiento de rotación.
4) Los efectos de la fuerza centrífuga implican un movimiento rotacional verdadero. (De 2 y 3.)
5) Un cuerpo está en movimiento verdadero si y sólo si está en movimiento absoluto. (Principio de la teoría de Newton.)
6) Por tanto, los efectos de la fuerza centrífuga implican movimiento absoluto.

En los casos normales (más adelante discutiremos esta calificación) Leibniz acepta que 3 es correcta. Y concedería que el argumento anterior es válido. Pero Leibniz no concede la premisa más importante, la 5. Y ciertamente Newton no ha dado ninguna razón explícita para aceptar 5.

Hemos dicho que la aceptación de 3 se reduce a «los casos normales». Y la razón es que en este contexto, a los newtonianos les gustaba hablar de un caso extraordinario: en el universo no existe más que el sistema que muestra los efectos de la fuerza. Refiriéndose al ejemplo de las esferas dice Newton: «Y de este modo podríamos encontrar la cantidad... de este movimiento circular, incluso en un inmenso vacío, donde no hubiera nada externo o sensible con lo que se pudiera comparar las esferas».[8 bis] Esto es muy importante, ya que las relaciones espaciales entre las dos esferas no cambian; por tanto, si no hay nada más, la situación no implica en absoluto ningún cambio de las relaciones espaciales. Si todavía implica movimiento, entonces se sigue que el movimiento no es esencialmente un cambio de las relaciones espaciales.

El leibniziano se encuentra aquí ante un dilema. Puede decir que 3 tiene validez sólo si existe algo respecto a lo cual moverse (por decirlo de una forma familiar). O bien puede negar que las esferas muestren efectos centrífugos, si no existen otros cuerpos.

Para Leibniz, la fuerza era una noción tan básica y tan claramente independiente de toda noción espacial y cinemática que parece lo más plausible que habría elegido la primera alternativa.[9] El primero que elaboró de forma acabada esta alternativa fue George Berkeley. En sus *Principles of Human Knowledge* (1710) («Principios del conocimiento humano») dejó clara la distinción exacta que hemos hecho entre movimiento verdadero y movimiento absoluto. En su *De Motu* (1721) explica con claridad la que hemos llamado «primera alternativa»:

59. Supongamos, pues, que existen las dos esferas y que fuera de ellas no existe nada corpóreo. Supongamos, pues, que las fuerzas se aplican de alguna manera; sea lo que fuere lo que entendamos por

la aplicación de fuerzas, no se puede concebir un movimiento circular de las dos esferas alrededor de un centro común...[10]

Si admitimos, con Leibniz, la realidad de las fuerzas, entonces tendríamos que decir sólo que las fuerzas centrífugas causan 1) los efectos centrífugos conocidos, tales como la tensión en el hilo que une las esferas, y 2) el cambio de las relaciones espaciales respecto a otros cuerpos, no afectados de la misma forma, *si es que los hay*.

Un newtoniano mejor informado podría argüir que si, en ausencia de otros cuerpos, tienen lugar tales efectos, entonces la teoría de Newton, por la hipótesis del movimiento absoluto, nos permite explicar que se den estos efectos. Pero para el propio Newton, las fuerzas eran causa de los movimientos, de las tensiones y de las deformaciones, y los movimientos no eran las causas de ninguno de estos otros fenómenos. Por tanto, Newton no podía haber propuesto el hecho del movimiento como explicación de los efectos sino sólo como insinuación de una explicación en términos de fuerza (por el principio de que sólo hay aceleraciones cuando actúan fuerzas). Berkeley discrepaba tanto de Leibniz como de Newton; para él la noción de fuerza era un mero artificio técnico o conceptual. Para Berkeley rotaciones y efectos centrífugos se presentan siempre juntos —un hecho bruto de experiencia común— y no se puede sacar ninguna clase de conclusión acerca de qué sucedería si el mundo fuera muy distinto de como es.

Casi 200 años después, Ernst Mach elaboró esta concepción berkeliana de las fuerzas y lo que hemos llamado la «segunda alternativa»; es decir, simplemente negó que se dieran los efectos que acompañan a la aceleración en nuestra experiencia caso de que no hubiera otros cuerpos.[11] Sin embargo, es fácil ver que cada alternativa ofrece una escapatoria al argumento de Newton. El leibniziano no tiene necesidad de aceptar *in toto* ninguna de las dos. Se puede limitar a contestar al newtoniano: puede que en ausencia de otros cuerpos no se presenten en absoluto los efectos de la fuerza, pero, si lo hacen, nuestra física no se debilita en lo más mínimo por sostener que pueden ser indicio de movimiento sólo si hay otros cuerpos; de hecho, esto se seguirá de la definición del

movimiento como cambio de las relaciones espaciales entre los cuerpos.

c) *La teoría relacional del espacio y las leyes del movimiento*

Desde nuestra ventajosa posición es fácil subestimar la enorme influencia de la mecánica de Newton en los siglos XVIII y XIX. Las leyes del movimiento estaban enunciadas en términos del espacio absoluto: además, eran verdaderas y tal vez necesariamente verdaderas; por consiguiente, la teoría del espacio absoluto ha de ser verdadera. Este es, en substancia, el argumento que propone Euler en sus *Réflexions sur l'espace et le temps.*[12]

El punto débil en este argumento es evidentemente la premisa de que las leyes del movimiento, tal como están enunciadas, son verdaderas. Antagonistas como Leibniz o Berkeley no tenían necesidad de discrepar de Newton en ninguna afirmación empíricamente verificable. La única evidencia que se podía aducir en favor de las leyes era que «salvan los fenómenos», es decir, que concuerdan con los hechos experimentales.

Newton concedió sin reservas que, en cierto sentido, el espacio absoluto no es el objeto directo de ninguna observación. Por esta razón, tuvo que introducir la noción de espacio relativo o, como diríamos hoy, un marco de referencia:

> Pero puesto que estas partes del espacio no se pueden ver ni nuestros sentidos las pueden distinguir unas de otras, empleamos en su lugar medidas sensibles. Pues por las posiciones y distancias de las cosas a un cuerpo que consideramos inmóvil, definimos todos los lugares; luego, computamos también, con respecto a los susodichos lugares, todos los movimientos, en cuanto concebimos que los cuerpos se trasladan de algunos de estos lugares a otros. Y así en vez de lugares y movimientos absolutos nos servimos de los relativos;...[13]

Naturalmente el espacio absoluto coincide con uno de estos (posibles) espacios relativos, pero ¿con cuál? Para contestar a esta pregunta hemos de poder dar con un cuerpo en

reposo absoluto. Pero mientras, según Newton, el movimiento acelerado absoluto se puede distinguir experimentalmente del movimiento uniforme absoluto, este último no se puede distinguir, sin embargo, experimentalmente del reposo absoluto.[14]

Ya en la época de Newton parecía claro que las estrellas fijas ofrecen un sistema de referencia que es experimentalmente indistinguible del del espacio absoluto. Estos sistemas se llaman sistemas *de inercia,* concepto que al parecer no fue elaborado sistemáticamente hasta finales del siglo XIX.[15] Por tanto, ¿qué más natural que los antagonistas de Newton sugirieran que la noción de espacio absoluto se podía reemplazar en la mecánica por la del sistema de referencia de las estrellas fijas? Un inconveniente surgiría si evidencias experimentales ulteriores mostraran, por ejemplo, fuerzas centrífugas en cuerpos que no están en rotación respecto a las estrellas fijas. Mas esto es sólo una dificultad práctica; para acoplar la nueva evidencia se podría elegir un nuevo sistema de referencia en el que las estrellas fijas estuvieran dotadas de ese pequeño movimiento. Todo lo que un antagonista de Newton necesita es un sistema de referencia que pueda sustituir en la mecánica al espacio absoluto. Euler puso una objeción de principio a este argumento:

> Si dicen que es en relación a las estrellas fijas como hay que explicar el principio de inercia, sería muy difícil refutarles ya que las estrellas fijas... están tan lejos de nosotros. Pero será un principio muy peregrino de la metafísica y contrario a otros de sus dogmas decir que las estrellas fijas rigen los cuerpos en su inercia.[16]

En otras palabras, si sustituimos la noción de espacio absoluto por la de sistema de referencia de las estrellas fijas, explicaremos los efectos centrífugos por la rotación respecto a las estrellas fijas. Mas ¿como podrían las estrellas causar estos efectos?

Este argumento es enteramente capcioso. Leibniz atribuiría tanto la rotación respecto a las estrellas fijas como los efectos centrífugos a una fuerza que actúa sobre el cuerpo, igual que haría Newton. En realidad, Berkeley (y más tarde Mach) no postularía esas fuerzas, pero tampoco se ven constreñidos a postular una eficacia causal en las estrellas fijas. El argu-

mento al que se está oponiendo Euler es absolutamente general para todos los sistemas de inercia y no implica en absoluto ninguna hipótesis empírica.

Podemos dar a la objeción de Euler una forma ligeramente diferente diciendo que los antagonistas de Newton han de atribuir a los sistemas de inercia el papel privilegiado que Newton dio al espacio absoluto. ¿Y qué justificaría este «status» privilegiado de los sistemas inerciales de referencia entre todos los posibles sistemas de referencia?

La respuesta es que, esencialmente, los sistemas de inercia no tienen ningún «status» privilegiado. Las leyes del movimiento son un conjunto de enunciados sobre masa, movimiento y fuerza; por consiguiente, serán verdaderos en unos sistemas de referencia, en ninguno o en todos. Por fortuna son verdaderos en algunos sistemas de referencia; y a estos los llamamos sistemas de inercia. Nos interesan las leyes de Newton porque son aproximadas en unos sistemas de referencia que nos interesan (porque son relativamente fáciles de identificar: la Tierra, el Sol, las estrellas fijas). El objetivo de tener una teoría física en la que las leyes valgan para todo sistema de referencia ha sido una motivación importante en el desarrollo de la teoría de la relatividad; a veces, se ha presentado este objetivo como el desarrollo de una nueva fase filosófica de la teoría del espacio en la física. Pero es una aberración considerar las relaciones entre física y filosofía en términos tan simples. En particular, el hecho de que las leyes de una determinada teoría valgan sólo en algunos sistemas de referencia no puede, en cuanto tal, implicar nada sobre el «status» de estos sistemas en la naturaleza.

2. *EL DESARROLLO DE LA GEOMETRIA MODERNA*

a) Geometría euclidiana

El ideal de una ciencia rigurosa ha sido, desde la antigüedad, el de un sistema axiomático, y esto se debe en no pequeña parte a que Euclides tuvo éxito en el desarrollo axio-

mático de la geometría. De hecho los filósofos solían hablar del método axiomático como de una exposición *more geometrico*.

Los *Elementos* de Euclides empiezan introduciendo los términos básicos de la geometría. Es verdad que Euclides intenta definir cada uno de ellos en términos más familiares, pero ello es útil porque le presenta al lector una guía intuitiva de su uso. A continuación enumera los principios básicos de la disciplina; introduce una distinción (que ya no se usa) entre *axiomas* y *postulados*. Los axiomas son principios que tratan de «nociones comunes», es decir, nociones no propias de la geometría. En particular, los axiomas tratan de la noción de magnitud, y, por ejemplo, de que la igualdad es transitiva (si $x = y$ e $y = z$, entonces $x = z$) y se conserva en la suma de igualdades (si $x = y$ y $z = w$, entonces $x + z = y + w$).

En los postulados se ocupa expresamente de las nociones geométricas. Son cinco, y en un lenguaje moderno * pueden enunciarse así:

I) Si x e y son dos puntos distintos, hay una línea recta que pasa por ambos.
II) Toda línea recta finita (segmento rectilíneo) es parte de una única línea recta infinita.
III) Si x es un punto y r una distancia finita, hay un único círculo con centro en x y de radio r.
IV) Todos los ángulos rectos son iguales.
V) Si una línea recta que corta a otras dos líneas rectas forma al mismo lado [dos] ángulos internos [cuya suma es] menor que dos rectos, las dos líneas rectas, suficientemente prolongadas, se cortan en ese mismo lado en el que los ángulos [internos] son menores que dos rectos.

Notemos que hoy solemos decir «segmento rectilíneo» y no «línea recta finita», reservando la palabra «línea recta» para algo infinito. Si adoptamos esta convención, entonces

---

* Es decir, introduciendo algunos retoques que eliminen ambigüedades. Con todo, en el quinto postulado hemos conservado, en la medida de lo posible, la formulación de Euclides.

los postulados I y II dicen que por dos puntos distintos cualesquiera pasa una única línea recta. Otros supuestos que hoy solemos explicitar incluyen, por ejemplo, que todo segmento contiene al menos dos puntos, y que cuando dos líneas rectas se cortan, lo hacen en un punto. Entonces de los postulados I y II se sigue que dos líneas rectas no se pueden cortar en más de un punto; por tanto, no pueden encerrar un área.

Para entender el postulado IV hemos de advertir que Euclides consideraba móviles a las figuras geométricas; las tenía por iguales («congruentes») si se las podía hacer coincidir. Evidentemente aquí hay un presupuesto (cuya verdad se pretende garantizar por el postulado IV), a saber, que si se puede hacer coincidir a dos figuras en una posición, es posible hacerlo en cualquier otra posición. Hermann von Helmholtz fue el primero que lo explicitó del todo, y se le conoció por *principio de libre movilidad* (lo discutiremos con más detalle en el apartado 2*d*).

El postulado V tiene una larga e interesante historia, que parece deberse en gran parte a la concepción dominante, según la cual los postulados han de ser principios evidentes en sí mismos. Al parecer, los cuatro primeros postulados les parecieron evidentes a todo el mundo, pero no así el quinto. Para mitigar las dudas se intentó repetidas veces probar que, de hecho, era consecuencia de los otros cuatro postulados, y que, por consiguiente, no necesitaba ser evidente en sí mismo. Es un tanto difícil ver por qué se llegó a concebir el quinto postulado en términos tan diferentes de los otros. Algunos insinúan que el quinto postulado es menos intuitivo, ya que si la suma de los ángulos internos es muy poco menor que dos rectos, el punto de intersección está tan alejado que nuestra intuición deja de guiarnos. A fin de cuentas, se arguye, todas las áreas de las que tenemos experiencia directa son relativamente pequeñas; y una extrapolación de la experiencia más allá de estas áreas relativamente pequeñas ha de ser, por tanto, arriesgada. Pero este argumento no satisface; los otros postulados trascienden nuestra experiencia exactamente igual. Si fuera ésta la explicación, ¿por qué no suscita dudas la unicidad de una recta infinita que contiene un segmento finito dado, o los círculos con un radio arbitrariamente grande?

Sea cual fuere la explicación, supuso un gran alivio que Euclides fuera capaz de deducir de los postulados I-IV que si la suma de los ángulos internos es igual a dos rectos, entonces son paralelas (es decir, no se cortan). Si r es una recta y x un punto exterior a r entonces por x pasa al menos una recta r' que es paralela a r. ¿Pero hay más de una? El intento más famoso de llegar a una respuesta negativa es el del jesuita italiano Girolamo Saccheri en su obra *Euclides ab omni naevo vindicatus... (Euclides libre de toda mancha),* publicada en 1733. Irónicamente, el intento de Saccheri es famoso porque estuvo muy cerca de probar que no se puede deducir el quinto postulado de los cuatro primeros. Saccheri estudió la posibilidad de que por un punto exterior a r se pudiera trazar más de una paralela a r. La llamó la *hipótesis del ángulo agudo,* y aunque lo intentó, no pudo deducir ninguna contradicción explícita de esta hipótesis. Pero sus consecuencias le resultaron tan raras que concluyó que «la hipótesis del ángulo agudo es absolutamente falsa; ya que repugna a la naturaleza de la línea recta».[17] Al principio del siglo XIX varios matemáticos estuvieron dispuestos a saltarse esta repugnancia y desarrollaron la geometría no euclidiana.

b) Geometría no euclidiana

A la parte de la geometría euclidiana que no depende del quinto postulado se la empezó a llamar *geometría absoluta.* Es la parte que se deduce de los postulados I a IV, y en concreto comprende los veintiocho primeros teoremas. Añadiendo el postulado V, la geometría absoluta se amplía a la geometría euclidiana. Añadiendo una negación del postulado V, se puede ampliar a la *geometría hiperbólica.*

A comienzos del siglo XIX, Karl Friedrich Gauss, János Bolyai y Nikolai Lobachevsky, por separado, desarrollaron la primera geometría no euclidiana, la geometría hiperbólica. La alternativa concreta al quinto postulado que emplea es

V*) Por un punto x exterior a la recta r hay más de una paralela a r.

Si se omiten las palabras «más de», tenemos un equivalente del quinto postulado, como hemos visto en el apartado 2*a*.

De entre los teoremas de la geometría absoluta sobresale el teorema 17 de Euclides:

> La suma de dos ángulos cualesquiera de un triángulo es menor que dos rectos.

Evidentemente el quinto postulado añade: Y si los dos ángulos de la base de una figura de tres lados suman menos que dos rectos, la figura es un triángulo. Se puede, pues, probar que la suma de los tres ángulos de un triángulo es exactamente dos rectos. El teorema correspondiente de la geometría hiperbólica dice que en todo triángulo la suma de los ángulos es realmente menor que dos rectos.

El término «geometría absoluta» estuvo en cierto modo mal escogido, pues no mucho después de la aparición de la geometría hiperbólica Bernhard Riemann desarrolló una geometría que entra en conflicto también con la geometría absoluta. A esta geometría se la llamó *geometría esférica;* y rechaza el postulado II además del postulado V. La variable concreta al postulado V que emplea es

V**) Dada una línea recta, no hay ninguna otra recta paralela a ella.

Por nuestra discusión del postulado II se recordará que ahora tenemos otra elección adicional. ¿Será única la intersección de dos líneas rectas? En la geometría esférica el postulado II es reemplazado por

II*) Dos líneas rectas cualesquiera tienen dos puntos distintos en común.

Por otra parte, en la *geometría elíptica* al postulado V** se le añade

II**) Dos líneas rectas cualesquiera tienen una intersección única.

Por último, Sophus Lie probó que, en la geometría métrica, sólo cuatro geometrías son coherentes con el principio

de libre movilidad: la euclidiana, la hiperbólica, la esférica y la elíptica.

La aparición de las geometrías no euclidianas marca también el nacimiento de la *metamatemática:* el estudio de las propiedades de los sistemas de axiomas, tales como la coherencia. Después de todo, el que no se hubiera encontrado ninguna contradicción en el desarrollo de las geometrías no euclidianas no garantizaba que efectivamente no las hubiera. La primera contribución importante al tema la hizo Eugenio Beltrami (1868), que dio una interpretación de la geometría hiperbólica en la geometría euclidiana. Su importancia está en que cualquier incoherencia en la geometría hiperbólica hubiera aparecido también en la geometría euclidiana. Por tanto, si la geometría euclidiana es coherente, también lo es la hiperbólica.

Beltrami eligió un cierto tipo de superficie del plano euclidiano y probó que se pueden interpretar los teoremas de la geometría hiperbólica como enunciados verdaderos de esas superficies. Algo más tarde Poincaré simplificó mucho el trabajo de Beltrami. Describiremos brevemente la versión de Poincaré de la prueba de coherencia de la geometría hiperbólica.[18]

Sea r una línea recta que separa el plano euclidiano en dos partes: una parte inferior y una parte superior. Llamemos a los puntos de la parte superior (que *no* contiene a r) *puntos-S*. Las *rectas-S* serán las *mitades superiores* de las líneas rectas perpendiculares a r y de los círculos cuyos centros están en r. Se redefine ahora la distancia de modo que cualquier punto de r está a distancia infinita de cualquier punto-*S*. Por esta nueva métrica, cada recta-*S* es infinitamente larga. De hecho se cumplen todos los postulados de la geometría absoluta, sin más que traducir puntos y rectas por puntos-*S* y rectas-*S*. Además, por cada punto-*S* x exterior a una recta-*S* r' podemos trazar más de una recta *S* que no la corta en ningún punto-*S*. Así pues, se cumple también la alternativa concreta al quinto postulado que caracteriza a la geometría hiperbólica.

La prueba de coherencia de la geometría esférica es algo más sencilla. En este caso, el modelo es una esfera euclidiana, los puntos del modelo son los puntos sobre la super-

ficie de la esfera, y las rectas del modelo son los círculos máximos de esa esfera. Por último, se obtiene un modelo de la geometría elíptica redefiniendo la distancia en la esfera de modo que se identifiquen los puntos esféricos diametralmente opuestos.[19]

c) *Coordenadas y transformaciones geométricas*

En la geometría euclidiana y en las no euclidianas, nos ocupamos de relaciones de orden y de relaciones métricas: hablamos de que un punto x está entre otros dos y y z, pero también de la distancia $\overline{xy}$ entre x e y. No es tan fácil clasificar otras nociones geométricas. Por ejemplo, hablamos de «línea recta»: hay que distinguir las líneas rectas de otras líneas curvas. Para hacer esta distinción ¿hemos de recurrir a un orden geométrico o puede hacerse tan sólo en términos de la distancia más corta entre dos puntos?

En el siglo XIX se desarrolló toda una serie de geometrías, que son más básicas que la geometría euclidiana, ya que incluyen menos conceptos básicos. Así, en la *geometría afín* no figuran los conceptos de distancia y perpendicularidad, en la *geometría proyectiva* no aparece tampoco el de paralelismo, y en la *topología (analisis situs)* ni siquiera aparece la noción de línea recta.

Nos encontramos aquí con la noción de que una geometría es más básica que otra en el sentido de que incluye menos conceptos básicos. ¿Cómo se pueden construir? ¿Cuál es el criterio por el que una familia de propiedades y relaciones geométricas es más básica que otra? La respuesta la da un nuevo tratamiento de la geometría iniciado por Felix Klein en 1872.

Klein sugiere que la geometría euclidiana sólo considera esenciales o relevantes algunas propiedades de las figuras geométricas y, en cierto modo, tiene a todas las otras propiedades por irrelevantes. Por ejemplo, si tenemos un triángulo y lo invertimos, cualquier propiedad que ha cambiado por esta operación no es una propiedad de la que se ocupe la geometría euclidiana. Una de estas propiedades no esenciales sería

«su vértice está a 3 metros sobre el nivel del mar». Otra de estas propiedades sería «su centro está 3 milímetros al este de su vértice». Una figura puede tener, por supuesto, otras muchas propiedades que son tan poco esenciales como éstas desde el punto de vista de la geometría euclidiana. Por ejemplo, cualquier propiedad que cambia cuando se transporta una figura de una pizarra verde a otra negra, o al papel, es irrelevante. Pero si achatamos un triángulo equilátero de modo que uno de los ángulos sea mayor que 90°, la transformación no se considera irrelevante en la geometría euclidiana.

Klein propuso que cada geometría G está caracterizada por un único grupo T de transformaciones y se ocupa precisamente de aquellas propiedades y relaciones que no cambian en esas transformaciones (en la jerga matemática: que son invariantes bajo esas transformaciones). Y podemos decir que G_1 es menos básica que G_2 si el grupo T_1 es un subgrupo propio de T_2.

Ahora podemos contestar a las preguntas que nos han llevado a este tema. La geometría proyectiva es menos básica que la topología, y la geometría afín es más básica que la euclidiana, pero menos que la geometría proyectiva. Grosso modo se puede caracterizar los grupos de transformaciones asociadas como sigue:

> Las *transformaciones topológicas* dejan invariante la propiedad de ser una región continua.
> Las *transformaciones proyectivas* son transformaciones topológicas que dejan invariante la propiedad de ser una línea recta y la relación de separación de pares sobre una línea recta.
> Las *transformaciones afines* son transformaciones proyectivas que dejan invariante la relación de paralelismo.
> Las *transformaciones euclidianas* son transformaciones afines que dejan invariante la distancia.

También se pueden presentar a la geometría hiperbólica como una subgeometría de la geometría proyectiva,[20] pero no nos ocuparemos de esto aquí. En vez de ello, volvemos a

la presentación analítica de la geometría, en la que se puede dar una significación precisa a la noción de transformación.

Empecemos por aceptar como conceptos básicos los de *región continua* y *línea recta*. Estamos, pues, fuera de la topología, pero dentro de la geometría proyectiva. Advertimos que tanto las regiones continuas como las líneas rectas son clases de puntos, y que podemos hablar de clases y de subclases sin introducir en absoluto ninguna noción geométrica. Vamos a definir ahora el orden en una línea en dos pasos. Dado que no queremos excluir a la geometría esférica, en la que todas las líneas son cerradas, la relación de orden en la que nos concentraremos es la de separación de pares.*

> *Definición: segmento* rectilíneo es cualquier parte de una recta que ésta tiene en común con una región continua.
> *Definición:* si los puntos x, y, z y w están en la recta r, entonces $S(x, y/z, w)$ en r si y sólo si todo segmento de r que contiene a x e y contiene también a z o a w.

Podemos postular que S tiene todas las propiedades que definen a la relación separación de pares; y de hecho las tendrá si damos a «recta» y a «región continua» su sentido geométrico usual (véase capítulo III, apartado 1d).

Si el espacio es unidimensional es fácil asignar coordenadas. Pues entonces el espacio es una línea (precisamente una línea recta), y podemos definir que una asignación de coordenadas es una asignación de los elementos del conjunto de los números reales ampliado de modo que la separación de pares queda reflejada en una proporción negativa.

Si la recta es abierta, la relación «entre» no es vacía:

> *Definición:* El punto x está *entre* z y w en r si y sólo si todo segmento de r que contiene a z y w contiene también a x.

---

* En la geometría proyectiva, las rectas son también cerradas; la transición a la geometría afín se realiza al llamar a algunos puntos «ideales» o «del infinito»; las rectas paralelas se pueden, pues, «cortar en el infinito». (Recordemos el uso de una línea recta «del infinito» en la prueba de coherencia de la geometría hiperbólica de Poincaré.)

En ese caso, la asignación de coordenadas simplemente ha de asignar números reales a todos los puntos de manera que la relación «entre» numérica entre las coordenadas refleje la relación «entre» definida entre los puntos.

Si el espacio es bidimensional, el caso es algo más complejo. Por razones de simplicidad supondremos que todas las líneas son abiertas. Sin embargo, no supondremos que son líneas rectas o que tenemos una noción de paralelismo. Podemos escoger entre varios procedimientos y vamos a seguir uno que tal vez sea el más intuitivo.

Empezamos por elegir dos familias de líneas, F y G, tales que

a) Si l es un miembro de F, no corta a ningún otro miembro de F, pero corta a cada uno de los miembros de G (en un punto único).

b) Si l es un miembro de G, no corta a ningún otro miembro de G, pero corta a cada uno de los miembros de F.

c) Todo punto es la intersección de una línea de F con una línea de G.

Las dos familias forman una *red*. Elegimos una línea de F y la llamamos eje de las X, y una línea de G y la llamamos eje de las Y. A los puntos de cada uno de estos ejes se le asignan números reales de la misma forma que se hizo en un espacio unidimensional. Estipulemos que la intersección del eje de las X y del eje de las Y recibe el número cero en ambos casos. Asignamos ahora a cada punto p un par de coordenadas (x, y) como sigue:

d) La línea de G que pasa por p corta al eje de las X en el punto al que se le asignó x.

e) La línea de F que pasa por p corta al eje de las Y en el punto al que se le asignó y.

Si queremos dar coordenadas a un espacio de tres dimensiones, habremos de usar tres familias, F, G y H, y asignar ternas de coordenadas. (Notemos que el supuesto de la existencia de una red es no-trivial.)

Ahora podemos precisar la noción de transformación de dos maneras distintas pero equivalentes. Esta equivalencia es muy importante, ya que para algunos problemas el primer punto de vista es obvio, mientras que para otros es apropiado el segundo punto de vista.

1) Una transformación es una aplicación t de cada punto p en un punto único $t(p)$. Por ejemplo, si t es una transformación afín y la línea que pasa por p y q es paralela a la línea que pasa por p' y q', entonces la línea que pasa por $t(p)$ y $t(q)$ es paralela a la línea que pasa por $t(p')$ y $t(q')$.

2) Una transformación es una aplicación t de cada terna de coordenadas (x,y,z) en una terna única de coordenadas $t(x,y,z) = (x',y',z')$. Por ejemplo, si t es una transformación euclidiana, entonces la distancia entre (x_1,y_1,z_1) y (x_2,y_2,z_2), definida de la forma habitual, es la misma que la distancia entre (x_1',y_1',z_1') y (x_2',y_2',z_2').

Desde el primer punto de vista, una transformación mueve los puntos; lleva el punto p al lugar ocupado antes por $t(p)$, y el $t(p)$ al lugar que antes ocupaba $t[t(p)]$, etc. Desde el segundo punto de vista los puntos no se mueven en absoluto: sólo se les asigna nuevas coordenadas. (En ese caso hablamos de un cambio en el sistema de referencia: la situación no ha cambiado, pero sí nuestro punto de vista.)

Claro que también podríamos decir en el caso 1: no hay propiamente ningún movimiento; p toma como nuevas coordenadas las que antes tenía $t(p)$. Y en el caso 2 podríamos decir: propiamente hay movimiento; ha habido una rotación, reflexión o cualquier otro desplazamiento del sistema de ejes, de forma que, por ejemplo, el eje de las X está ahora donde solía estar el eje de las Y. Por tanto, los dos puntos de vista son equivalentes.

d) Geometrías métricas

En el apartado 2*c* nos concentramos en las relaciones de orden y sólo dijimos que se ha de introducir una noción de distancia si queremos pasar de la geometría afín a la eucli-

diana. Las geometrías no euclidianas, de las que nos hemos ocupado en la sección 2*b*, utilizan también la noción de distancia. Sin embargo, añadiendo una noción de distancia a la geometría afín, no se pasa a las geometrías no euclidianas, pues en la geometría afín se tiene el axioma de que por un punto exterior a la línea *l* pasa precisamente una línea *l'* paralela a *l*.[21] Y ésta es una característica de la geometría euclidiana. Pero cuando hemos tratado de la introducción de coordenadas no hemos supuesto nada sobre el paralelismo. Nos ocupamos ahora de un desarrollo diferente de la geometría en el siglo XIX, el de las geometrías en las que se emplea el concepto de distancia *(geometrías métricas)*.

En 1854 un matemático joven y brillante presentaba su tesis (para su *Habilitation*) en la Universidad de Göttingen. Se llamaba Bernhard Riemann, y la tesis —famosa ahora— se titulaba «Sobre las hipótesis que están en la base de la fundamentación de la geometría».[22] Riemann exponía en su trabajo el concepto de variedad: el espectro cromático es una variedad unidimensional, y el espacio, tal como se lo concibe habitualmente, es una variedad tridimensional. El término «variedad» no se suele usar ya; hoy hablamos de espacios en lugar de variedades. Riemann definió como espacio *n*-dimensional aquel en el que se puede determinar cada posición por un conjunto de *n* coordenadas. Es decir, tenía presentes espacios de más de tres dimensiones.

Dado un espacio tal, se preguntaba Riemann cómo se podían comparar sus partes en cuanto a la magnitud. Distinguía dos casos principales: el discreto y el continuo. En un espacio discreto se pueden contar los elementos de dos intervalos y se pueden comparar los números en la forma usual. En el caso del espacio discreto podemos decir que el espacio tiene una métrica *intrínseca*, ya que el contar nos suministra un medio natural único de comparar magnitudes. Pero en el caso de una variedad continua no existe tal medio natural de comparar magnitudes de partes disjuntas. La métrica de un espacio continuo ha de ser *extrínseca*, es decir, introducida «desde fuera».[23] A este tema (las métricas que se pueden introducir en un espacio continuo) dedicó Riemann gran parte de su actividad.

Introducimos una métrica definiendo la distancia entre dos puntos sirviéndonos de sus coordenadas. Representando por $d(p,q)$ la distancia entre los puntos p y q, se han de satisfacer las condiciones siguientes:

a) $d(p,p) = 0$.
b) Si $d(p,q) = 0$, entonces $p = q$ (omitida a veces).
c) $d(p,q) = d(q,p)$.
d) $d(p,q) + d(q,r) \geq d(p,r)$.

La función euclídea de distancia las satisface

$d(p,q) = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2}$, siendo (x,y) y (x',y') las coordenadas de p y q,

pero hay otras muchas funciones de distancia, que también las satisfacen. Y esto ofrece un nuevo acceso a las geometrías no euclidianas.

Quiero señalar aquí que el concepto de distancia proporciona un instrumento poderoso en la construcción de geometrías, pues se pueden desarrollar las geometrías con sólo las nociones básicas de *punto* y *distancia*. Por ejemplo, en la geometría euclidiana podemos definir «p, q y r están en la misma recta» por $d(p,q) + d(q,r) = d(p,r)$ y la «recta l' es perpendicular a l''» por medio del teorema de Pitágoras. Y podemos elegir luego tres rectas perpendiculares entre sí como ejes, el origen en su punto de intersección, y servirnos de las distancias a este origen para asignar coordenadas.

Así pues, podemos definir un *espacio métrico* simplemente como una multitud de puntos que tienen como métrica una función de distancia entre ellos. Depende del conjunto de puntos y de la función de la distancia que elijamos el que nos hallemos ante una geometría euclidiana, o hiperbólica, o esférica o elíptica.[21] Cada una de estas geometrías es axiomatizable con sólo especificar exactamente las adecuadas condiciones del concepto de distancia.

Sin embargo, como ya indicó Riemann, también es posible introducir métricas que llevan a otras geometrías. Pero como ya hemos dicho en el apartado 2b, Lie ha demostrado

que en estas otras geometrías no tiene validez el principio de libre movilidad. Ahora estamos en mejor posición para entender este principio.

Helmholtz se ocupó de la cuestión de cuáles son exactamente los principios comunes a las geometrías métricas euclidianas y no euclidianas. Llegó a formular cuatro axiomas, que resumiremos aquí: [25]

I) El espacio de n dimensiones es una variedad n-dimensional ampliada, en el sentido de Riemann.
II) Existen cuerpos rígidos móviles: entre las coordenadas de dos puntos cualesquiera de un cuerpo rígido ha de haber una ecuación que expresa una relación constante entre los dos puntos y que es la misma para pares congruentes de puntos.
III) Los cuerpos rígidos tienen una movilidad libre absoluta: cualquier punto puede pasar libremente de una posición a otra, y un cuerpo se puede mover con un punto sometido a la constancia de relaciones indicada en el axioma anterior.
IV) La rotación en un sentido lleva a un cuerpo rígido otra vez a su posición original (Monodromía).

El lenguaje de estos axiomas es impreciso, incluso para una exposición informal, y hay que admitir que el trabajo de Helmohltz tiene muchos puntos débiles.

¿Qué significa exactamente la noción de libre movilidad? Recordemos que el plano de la geometría esférica es geométricamente igual a la superficie de una esfera euclidiana. Supongamos que se construye en el ecuador un triángulo de forma y tamaño determinado. Luego podemos construir otro triángulo semejante e igual (es decir, congruente) en el polo norte o en cualquier otro lugar de la superficie esférica. Ya que cuál de los círculos máximos es el ecuador es algo puramente convencional. Ahora bien, las nuevas geometrías de Riemann son tales que sus planos son, geométricamente hablando, superficies de curvatura variable: por ejemplo, la superficie de un huevo. Estas superficies no son iguales en todas partes: no es convencional qué parte del huevo es el

polo llano y cuál el polo puntiagudo. Y sobre tales superficies no podemos construir un triángulo en un punto y otro triángulo congruente a éste en cualquier otro punto. Si construimos un triángulo en el polo llano del huevo, y luego otro triángulo de lados iguales al primero en el otro polo, sus ángulos no serán iguales. Por decirlo de otra forma: no se puede llevar el primer triángulo a la posición que ocupa el segundo sin arrugarlo.

Lie dio una prueba precisa y rigurosa de las conclusiones que había sacado Helmholtz, y sustituyó la terminología intuitiva de cuerpos rígidos por la de transformaciones continuas que preservan la congruencia.[26] Probó que sus formulaciones precisas de los axiomas de Helmholtz admiten las cuatro geometrías métricas «ordinarias» y excluyen todas las otras.

3. *LA BASE FISICA DE LAS RELACIONES ESPACIALES*

Una vez desarrolladas las geometrías no euclidianas, la pregunta obvia era: ¿qué geometría es la verdadera? A primera vista esta es una pregunta correcta. En la geometría euclidiana la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°, en la hiperbólica es menor de 180° y en la geometría esférica es mayor que 180°. Lobatchevsky había sugerido que se hicieran mediciones para determinar cuál de las alternativas se da realmente. Puesto que la discrepancia aumenta con el área, es importante elegir un triángulo «suficientemente grande».

Por este motivo se propuso que la evidencia, si es que era alcanzable, vendría de las mediciones de paralaje estelar. Se pensó, pues, en enfocar una estrella desde dos posiciones distintas sobre la superficie de la tierra, A y B: los ángulos de las visuales desde A y B son los ángulos de la base de un gran triángulo. Se puede utilizar esta información para medir la suma de los ángulos internos; por ejemplo, si la suma de los ángulos en A y B fuera igual a 180°, entonces la geometría esférica sería correcta.

Es importante ver qué se está suponiendo sobre las relaciones físicas que corresponden a los conceptos geométricos.

En primer lugar, se ve una estrella, es decir, un rayo de luz de la estrella incide en el telescopio. Este rayo no es otro que la visual, y se supone que esta línea es recta (si exceptuamos, quizás, la refracción debida a la atmósfera, que podemos corregir). Tenemos así el primer principio

1) La trayectoria de un rayo de luz *en el vacío* es una línea recta.

Segundo, hemos de medir distancias (la distancia entre A y B; podemos también emplear mediciones de distancias para hallar el ángulo entre la visual y la línea $\overline{AB}$). Para ello recurrimos a un cuerpo rígido graduado, que trasladamos de un lugar a otro utilizándolo de patrón. Al hacer esto, nos guiamos por el principio de que este cuerpo conserva su tamaño (prescindiendo de las deformaciones debidas a la temperatura, etc., que podemos corregir):

2) Un cuerpo rígido libre de deformidades conserva sus medidas cuando se le transporta.

¿Cuál es el «status» de los principios 1 y 2?

Poincaré se ocupó con detenimiento de este problema. Ya hemos considerado los puntos filosóficos más generales a tener en cuenta sobre esta materia a propósito de los relojes (capítulo III). Poincaré hace ver en este contexto que no es en absoluto una cuestión experimental saber cuál de las geometrías es la verdadera. Si las medidas de paralaje no dieran 180° para la suma de los ángulos internos, tendríamos dos posibilidades: «podemos renunciar a la geometría euclidiana o bien modificar las leyes de la óptica y admitir que la luz no se propaga rigurosamente en línea recta».[27]

Así pues, Poincaré dice que los principios 1 y 2 son puras convenciones. Las mediciones no pueden revelar que son verdaderos, ya que constituyen el patrón de medida. Si queremos aceptarlos o no es una cuestión de decisión, y para esta decisión son más relevantes los valores de simplicidad y utilidad técnica que la verdad.

Esto no quiere decir que no haya cuestiones de hecho involucradas en la decisión; como hemos señalado con anterioridad, hasta las convenciones pueden tener presupuestos empíricos. Por ejemplo, se presupone aquí que la trayectoria del rayo de luz de *A* a *B* será el camino más corto medido con una regla. Por tanto, si una regla indica que la barra rígida *X* tiene un metro de largo, y la barra rígida *Y* tiene también un metro de largo, entonces sería posible hacer coincidir exactamente *X* e *Y*.

Helmholtz probó también muy gráficamente que el problema de si «nuestro» espacio es euclidiano o no, no es una cuestión fáctica.[28] Pidió a su auditorio que pensara en la imagen del mundo que da un espejo convexo. «La imagen de un hombre que mide con una regla una línea recta ante el espejo se iría haciendo más y más pequeña a medida que se fuera alejando, pero medido con su regla encogida el hombre de la imagen tendría exactamente el mismo número de centímetros que el hombre real».[29] De modo que si reportara alguna utilidad teórica, podríamos considerar consistentemente que el espacio en que vivimos es el espacio tras el espejo convexo, pero tendríamos que atribuir a nuestros cuerpos el tipo de deformaciones que vemos ahora en esos espejos: igual que Poincaré indicaba que atribuyéramos a los rayos de luz trayectorias curvas, si queríamos conservar la geometría euclidiana.

Esto, naturalmente, viene a ser lo mismo que decir que podemos elegir métricas alternativas del espacio. Dada una de estas métricas, la figura y medidas de lo que ahora llamamos cuerpos sólidos pueden variar con la posición. Pero nuestra métrica presente es tal (por el principio 2) que las medidas de uno de esos cuerpos varía sólo si está sometido a una fuerza deformante. Así pues, si elegimos una métrica alternativa, ¿no estamos postulando la existencia de nuevas fuerzas que causan las deformaciones geométricas de los cuerpos (que antes llamábamos «sólidos»)?

Por supuesto, la respuesta es: no. Cuando elegimos una métrica elegimos tan sólo una manera de describir el mundo; no postulamos la existencia de fuerzas. En la física clásica

todas las deformaciones de una varilla de hierro se ponen en relación con fuerzas; si elegimos una métrica alternativa, esta física se ha de redesarrollar de tal forma que ello ya no sea así. Durante mucho tiempo, esto no se vio muy claro; Reichenbach introdujo la noción de fuerzas universales para acompañar de forma adecuada la elección de cualquier métrica,[30] y Rudolf Carnap elogió mucho esta idea en el prefacio a la obra de Reichenbach. Grünbaum mostró detalladamente que esta introducción se basa, de hecho, en una pregunta errónea («¿cuál es la causa de estas deformaciones?»).[31] Pero la disputa es semejante a la que, con respecto a las métricas alternativas del tiempo, sostuvieron Russell y Poincaré (véase capítulo III, apartado 2c), de modo que la vamos a dejar aquí.

Hoy se suele distinguir entre una *geometría matemática* y una *geometría física*. Una geometría matemática es un sistema deductivo, puramente abstracto, sin nada que decir de las relaciones físicas. Se la puede convertir en una geometría física añadiéndole principios tales como 1 y 2; una geometría física es, pues, una teoría física rudimentaria.

Reichenbach llamó a principios del tipo 1 y 2 *definiciones coordenadoras*.[32] Este término es en cierta manera engañoso, ya que se supone que una definición tiene la forma «... si y sólo si ...». Y 1 tiene la forma

1′) Si $\overline{ABC}$ es la trayectoria de un rayo de luz, entonces es una línea recta.

Una definición habría de decir más que 1′, por ejemplo, algo así como

1″) $\overline{ABC}$ es una línea recta si y sólo si es la trayectoria de un rayo de luz.

Pero esto implicaría que no hay líneas rectas en la oscuridad. Implicaría, además, que no hay líneas rectas que pasen por objetos opacos. Necesitamos, pues, algo como

1‴) $\overline{ABC}$ es una línea recta si y sólo si pudiera ser la trayectoria de un rayo de luz.

No es éste un desarrollo muy satisfactorio, ya que esta versión utiliza el sentido contrafáctico de «pudiera»; tal como hemos mencionado ya, abundan las confusiones filosóficas al respecto. Pero no es el único lugar donde parece que necesitamos el condicional contrafáctico; el mismo problema se plantea respecto a 2). Ya que un objeto tiene un metro de largo no sólo si se le hace coincidir exactamente con el metro patrón guardado en París, sino también si se pudiera hacer.

A modo de sugerencia podríamos llegar a esta conclusión: una geometría matemática describe lo que antes hemos llamado un espacio lógico. Las definiciones coordenadoras colocan o proyectan los objetos y relaciones físicas en ese espacio. Pero no lo pueden hacer con una definitividad completa si no las podemos basar en afirmaciones contrafácticas. Este es un problema que examinaremos con más detalle y en un contexto más contemporáneo en el capítulo VI.

4. *LA DIMENSIONALIDAD DEL ESPACIO*

El espacio tiene tres dimensiones pero ¿qué significa esto? y ¿por qué es así? La primera pregunta no tuvo respuesta adecuada hasta este siglo; la segunda tiene una larga e interesante historia, y sigue siendo objeto de perplejidades. Y no siempre se distinguió con claridad una pregunta de la otra. Nosotros enfocaremos el tema de la dimensionalidad en dos tiempos: examinaremos las relaciones puramente geométricas que definen la dimensionalidad, y nos preguntaremos después por la base física de estas relaciones.

a) El concepto de dimensionalidad

La discusión de la dimensionalidad data de la antigüedad, pero a nosotros nos puede convenir empezar con Leibniz.[33] Dice Leibniz en la *Teodicea* que podemos probar en geometría que sólo hay tres líneas rectas perpendiculares entre sí que se corten en un único punto y que esto prueba que el espacio tiene necesariamente tres dimensiones.[34] Lo que nos

interesa ahora es la definición implícita: un espacio es *n*-dimensional si en un punto dado podemos trazar *n* rectas perpendiculares entre sí. Esta definición, por supuesto, sólo vale en la geometría métrica, pues utiliza la noción de la magnitud de un ángulo.

Como hemos notado antes, Riemann definió un espacio *n*-dimensional como aquel en el que cada posición de un punto puede ser caracterizada de forma única por *n* coordenadas. Si sólo pensamos en coordenadas cartesianas, entonces esta definición es idéntica a la de Leibniz. Pero evidentemente Riemann suponía que las coordenadas se han introducido antes que la métrica, de modo que su definición es más general.

Mas la definición de Riemann no es adecuada tal como está. Pues ahora sabemos que hay tantos puntos en una recta como en un plano. De modo que podemos asignar a cada punto del plano un punto único de la recta. Y ahora podemos asignar al primer punto la coordenada del segundo (un sólo número real), y hemos coordenado de esa forma el plano por números y no por pares de números.

La objeción a este procedimiento es obvia: esperamos de las coordenadas algo más que el que le den a cada punto un rótulo. Si trazamos una curva continua en el plano, las coordenadas de sus puntos formarán también un continuo. ¿Tendrán esta propiedad las coordenadas no habituales del párrafo anterior? El matemático holandés L. E. J. Brower probó en 1911 que la respuesta es: no.[35] Probó que no hay ninguna transformación biyectiva continua entre espacios euclidianos de diferente dimensionalidad. Si insistimos en que la asignación de coordenadas refleja las propiedades topológicas del espacio, puede seguir valiendo la definición de Riemann.

Pero si la dimensión es un invariante topológico, entonces el rodeo vía coordenadas es superfluo y se habría de definir la dimensionalidad en términos topológicos. Poincaré fue el primero que lo hizo. Por *cortadura* entiende Poincaré el conjunto de puntos separados de un intervalo continuo. Puede suceder que una cortadura divida el continuo en intervalos continuos disjuntos. Si se puede dividir un continuo *C* por una cortadura, que en sí misma no forma continuo, enton-

ces *C* es un continuo de *una dimensión*. Si un continuo no es unidimensional, pero se puede dividir por cortaduras unidimensionales, entonces es *bidimensional*, etc. Por ejemplo, se puede dividir una recta por la remoción de un punto, una curva cerrada por la separación de varios puntos, un plano por la separación de una recta, etc.[36]

Esta definición no era adecuada para todos los casos y Brower la reemplazó por otra nueva en 1913. Usó la noción de *frontera* que separa dos regiones continuas: una frontera es tal que todo tránsito continuo de una región a otra ha de pasar por ella. Por descontado, se parece muchísimo a la cortadura de Poincaré. Karl Menger y Paul Urysohn perfeccionaron la definición en 1922.[37]

b) La base física de la dimensionalidad

¿Cuáles son las relaciones físicas que corresponden a las características geométricas de la dimensionalidad? Ha habido dos maneras de tratar la cuestión, paralelas a las dos etapas en el desarrollo del concepto geométrico; la primera se concentra en las magnitudes numéricas, y la segunda en rasgos más básicos del mundo físico.

La primera la inició Kant en una de sus primeras obras, *Pensamientos sobre la verdadera noción de las fuerzas vivas* (1747). Después de señalar que no se puede aceptar, sin circularidad, que las observaciones de Leibniz en su *Teodicea* prueben que el espacio no pueda tener más de tres dimensiones, Kant especula sobre la base física de la dimensionalidad.[38] Su especulación tiene resonancias muy actuales; hasta la obra de Riemann, un siglo después, no se desarrollaron ideas semejantes. La teoría de Kant es que la estructura del espacio tiene como base física las fuerzas que los cuerpos ejercen unos sobre otros. Sostiene que la tridimensionalidad del espacio se debe a que estas fuerzas varían inversamente al cuadrado de la distancia entre los cuerpos. Evidentemente está pensado en la famosa ley de gravitación de Newton, que afirma esto de la atracción gravitatoria. Añade Kant que esta ley no es necesaria —Dios podría haber elegido otra— y

«de una ley diferente podría haber surgido una extensión con otras propiedades y dimensiones».

Pero ¿qué relación tiene una cosa con la otra? Friedrich Ueberweg dio una respuesta detallada en su *System der Logik* (1882, «Sistema de la lógica»).[39] Admitamos que cada punto, a una distancia dada r de un cuerpo, recibe una parte proporcional de la fuerza total que dicho cuerpo ejerce sobre todos los puntos a esa distancia. En un plano, el lugar geométrico de los puntos equidistantes es la circunferencia, siendo su magnitud proporcional a r. En un espacio tridimensional, este lugar es la superficie esférica, y su magnitud proporcional a r^2. Así pues, si la cantidad total de fuerza ejercida no varía con la distancia, la fuerza ejercida sobre un punto dado será inversamente proporcional a la distancia en un espacio bidimensional, al cuadrado de la distancia en un espacio tridimensional, etc.

Una respuesta semejante, pero menos precisa, se vale del siguiente teorema de la mecánica: una órbita circular, o casi circular, alrededor de un centro de fuerza es estable cuando la fuerza es inversamente proporcional a la potencia $m^{ésima}$ de la distancia si y sólo si m es menor de tres.[40] Si el espacio tuviera, pues, cuatro dimensiones, se podría colegir que la atracción gravitatoria sería inversamente proporcional al cubo de la distancia, pero ningún planeta giraría en órbita alrededor del Sol.

Una respuesta aún más alambicada, y menos precisa, utiliza un teorema sobre la posibilidad de la propagación de ondas del tipo de las luminosas. El teorema implica que la transmisión de este tipo de ondas, en la forma postulada por la teoría, sólo es posible si el espacio tiene un número impar de dimensiones.[41]

A esta manera de enfocar el problema se le objeta que la dimensionalidad no es una característica métrica del espacio sino topológica. Por tanto, las características del mundo físico señaladas arriba no son base suficiente para arrojar mucha luz sobre la dimensionalidad del espacio. Como señaló Russell, en la aceptada ley de gravitación podría existir una pequeña falta de precisión y permanecer sin ser detectada, pero no podría suceder lo mismo con el principio de la tridi-

mensionalidad del espacio.[42] Existe, con todo, una variante de este enfoque que se apoya en el concepto métrico de congruencia, pero no es tal que se le aplique la observación de Russell.

Esta variante se debe también a Kant, aunque no parece haberla pensado con este propósito. En su ensayo «Sobre el primer fundamento de la distinción de las regiones del espacio» (1768) hace ver que si dos figuras trazadas sobre un plano son iguales y semejantes, se las puede sobreponer (son congruentes), pero esto no sucede con los sólidos.[43] Por ejemplo, si dibujamos en un papel una mano izquierda y una derecha, y recortamos la mano derecha, podemos darle la vuelta y hacerla coincidir exactamente con la mano izquierda. Pero no hay modo de ponerse un guante de la mano derecha en la izquierda. Kant no vio entonces que ello tuviera algo que ver con las dimensiones. La cuestión esencial es, naturalmente, que el papel con la mano derecha no se puede sobreponer sobre el de la izquierda por movimientos *en el plano*. Se requiere una rotación en la tercera dimensión. En general, las imágenes de un espejo n-dimensional se pueden sobreponer sólo por una rotación en el espacio $(n + 1)$-dimensional.[44]

Aunque este argumento se basa en la noción métrica de congruencia, afirma algo mucho más fundamental que los otros, ya que sus características principales son topológicas. Podemos dividir las transformaciones euclídeas en aquellas que mueven figuras de un modo continuo y las que no. Según esto, se puede considerar a una rotación como resultado de una serie de transformaciones sucesivas, cada una de las cuales traslada la figura sólo infinitésimamente. Pero no se puede concebir así una reflexión —la clase de transformación que produce imágenes en un espejo. A la reflexión la define el hecho de que no afecta a un cierto plano y transporta todos los cuerpos de un lado de este plano al otro. Si intentáramos seguir un camino continuo que una figura seguiría hasta convertirse en su propia imagen en el espejo al otro lado del plano, el camino habría de atravesar ese plano. (El plano es una frontera entre las dos regiones, en el sentido de Brower.) Pero esto significaría que la transformación está afectando

algunos de los puntos de ese plano; pero no puede volver a poner esos puntos en su propio lugar por un movimiento rígido continuo, sin volver a colocar también la figura donde estaba. Esta es una exposición visualizada e intuitiva, pero puede ayudar a ver la distinción topológica entre una reflexión y una rotación. Se puede conseguir el efecto de una reflexión por medio de un movimiento continuo si hay forma de «sortear» o «atravesar» el plano divisor, pero ello requiere una cuarta dimensión.

Por último, la segunda manera de afrontar la base física de la dimensionalidad pretende basarse sólo en las características topológicas. Parece que Reichenbach es el único que la ha desarrollado.[15] La idea básica es que toda interacción causal satisface el principio de *acción por contacto:* todos los efectos causales se mueven en el espacio por un camino continuo, con una velocidad finita.* Esto quiere decir que se excluye como imposible un auténtico «asesinato en una habitación aislada». Puedo traspasar la frontera de una curva cerrada, pero no puedo traspasar la frontera de un volumen cerrado. Reichenbach no lo ve como una verdad empírica sino como un rasgo básico de lo que significamos con «nuestro» espacio o espacio «real»:

> *Sólo una única elección de la dimensionalidad del espacio paramétrico puede satisfacer el principio de la acción por contacto: este peculiar espacio paramétrico en el que se satisface se llama el espacio coordenado o «espacio real».*[16]

Que no se puede satisfacer el principio de la acción por contacto para más de una elección de la dimensionalidad se sigue de que no hay ninguna transformación biyectiva continua entre espacios de diferente dimensionalidad, según Reichenbach.

En mi opinión el enfoque de Reichenbach es el correcto, ya que sólo tiene en cuenta características topológicas. Pero

---

* Para definirlo necesitamos relojes (una métrica del tiempo) y el requisito de que en toda métrica espacial hay una distancia distinta de cero entre puntos distintos: no se presupone ninguna métrica espacial determinada.

no está libre de problemas. El primero es que su respuesta no es realmente completa, si no da una descripción (no espacial) del tipo de relaciones que pueden constituir un proceso causal. Sin embargo, hay indicios de que está queriendo sustituir la noción general, o al menos imprecisa, de proceso causal por la de señal luminosa y/o relación genidéntica. En segundo lugar, su criterio no excluye necesariamente todas las dimensionalidades del espacio excepto una, a menos que cada paso continuo sea realmente el lugar de un proceso causal o bien que le permitamos fundarse en procesos causales posibles. Pues una transformación continua puede cambiar la dimensionalidad, siempre que no sea una transformación biyectiva.

Se presenta también otro problema, al que nadie, que yo sepa, ha intentado dar respuesta. Nuestro espacio es tridimensional; por tanto, ciertamente caben seres bidimensionales. ¿Por qué, pues, no hay ninguno? O ¿no lo podríamos decir, aunque los hubiera? Y creo que acerca de la posibilidad de una cuarta dimensión nos encontramos tan perplejos como acerca del recorrido por el tiempo. Podemos imaginar fenómenos que se explicarían, *prima facie*, por la hipótesis que se puede viajar por el tiempo, o andar por la cuarta dimensión. Pero me inclino a pensar que casi preferimos cualquier otra hipótesis a una de estas dos, porque no puedo ver cómo sería posible que llegáramos a planificar la trayectoria correcta de un objeto fuera de nuestro espacio-tiempo (como opuesto a postular que ha de tener una tal trayectoria). Sin embargo, Poincaré anunció con gran confianza que los físicos preferirían siempre la geometría euclídea a cualquier otra, de forma que no me siento inclinado a considerarlo una profecía.

1. Cf. KOYRE (ed.), *Isaac Newton's*, *o.c.*, p. 8, 6.
2. KEILL, J.: *An Introduction to Natural Philosophy*, Andrew Millar, Londres, 1758, p. 15.
3. KOYRE, *o.c.*, p. 8.
4. ALEXANDER, H. G. (ed.), *The Leibniz-Clarke Correspondence*, *o.c.*, p. 69.

5. *Ibíd.*, pp. 70-71.
6. KOYRE, *o.c.*, p. 11.
7. ALEXANDER, *o.c.*, Leibniz, quinta carta, par. 53, p. 74.
8. KOYRE, *o.c.*, p. 11.
8 bis. KOYRE, *o.c.*, p. 12.
9. Parece que el par. 52 de la quinta carta de Leibniz apoya esta elección; véase ALEXANDER, *o.c.*, pp. 73-74.
10. ARMSTRONG, D. M. (ed.), *Berkeley's Philosophical Writings*, Collier Books, Nueva York, 1965, p. 268.
11. Cf. REICHENBACH, H. «The Theory of Motion According to Newton, Leibniz and Huygens» en *o.c.* (véase nota 43 del capítulo II); y REICHENBACH, H.: *Philosophie der Raum-Zeit-Lehre*, Walter de Gruyter, Berlín (trad. ingl. de Maria Reichenbach: *The Philosophy of Space and Time*, Dover, Nueva York, 1958, pp. 213-218).
12. EULER, L. *Opera Omnia*, *o.c.*, vol. II, pp. 376-383.
13. KOYRE (ed.), *o.c.*, p. 8.
14. *Ibíd.*, Corollarium V, p. 20.
15. JAMMER, M.: *Concepts of Space*, Harper & Row, Nueva York, 1960, pp. 138-139.
16. Citado y discutido por ALEXANDER, *o.c.*, p. xliii.
17. SACCHERI, G.: Euclides Vindicatus, G. B. Halsted, tr., Open Court, Chicago, 1920, proposition XXXIII, p. 173.
18. POINCARE, H.: *La Science et L'hypothèse*, Flammarion, París, 1968, cap. III (trad. cast.: *La ciencia y la hipótesis*, 3.ª ed. Espasa-Calpe, Madrid, 1963); cf. BLUMENTHAL, L. M.: *A Modern View of Geometry*, Freeman, San Francisco, 1961, pp. 177-179.
19. Cf. BLUMENTHAL, *o.c.*, cap. VIII, secs. 4, 6.
20. Cf. MESERVE, B E., *o.c.*, p. 271.
21. BLUMENTHAL, *o.c.*, p. 55.
22. RIEMANN, B. «On the Hypotheses Which Lie at the Foundations of Geometry», H. S. White, tr., en SMITH, D. E. (ed.): *A Source Book in Mathematics*, McGraw-Hill, Nueva York, 1929, pp. 411-425.
23. Cf. cap. III, sec. 2a, y GRÜNBAUM, A. *o.c.*, cap. I; ver también los artículos de C. Massey, B. Van Fraassen y A. Grünbaum en *Philosophy of Science*, 36-37 (1969-1970).
24. BLUMENTHAL, *o.c.*, cap. VII-VIII.
25. VON HELMHOLTZ, H., «Ueber die Thatsachen, die der Geometrie zugrunde liegen» (1968); reimpreso en sus *Schriften zur Erkenntnistheorie*, Springer, Berlín, 1921. Se puede encontrar una exposición en VON HELMHOLTZ, H. *Popular Lectures on Scientific Subjects*, E. Atkinson, tr., Appleton, Nueva York, 1881, cap. II; y en RUSSELL, B.: *An Essay on the Foundations of Geometry*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, Ingl. 1897, secs. 24-26 (trad. cast. en *o.c.*, pp. 31-33).
26. Cf. RUSSELL, *ibíd.*, sec. 45 (trad. cast., pp. 47-49), y WHITEHEAD, A. N.: *The Axiomas of Descriptive Geometry*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, Ingl., 1907, cap. V.
27. POINCARE, *o.c.*, cap. V, p. 96; trad. cast., pp. 77-78.
28. HELMHOLTZ, *Popular Lectures*, *o.c.*, cap. II.
29. *Ibíd.*, p. 58.
30. REICHENBACH, *Philosophy of Space and Time*, *o.c.*, secs. 3, 6.
31. GRÜNBAUM, *o.c.*, cap. 3, sec. A.
32. REICHENBACH, *Philosophy of Space and Time*, *o.c.*, sec. 4.

33. JAMMER, *o.c.*, p. 172; WHITROW, G. J. «Why Physical Space Has Three Dimensions» en *British Journal for the Philosophy of Science*, 6 (mayo, 1955), 13-31.
34. LEIBNIZ, G.: *Essais de Theodicée*, Philosophischen Schriften von G. W. Leibniz, Bd. 6, Berlín, 1885, sec. 351.
35. Cf. HUREWICZ, W.-WALLMAN, H.: *Dimensions Theory*, Princeton Univ. Press, Princeton, N. J., 1941, p. 5.
36. POINCARE, *o.c.*, 59-60; trad. cast, 42-43.
37. Cf. HUREWICZ-WALLMAN, *o.c.*, p. 4. En realidad Brower usó la noción de conexidad, que es más amplia que la de continuidad. Véase también BOULIGAND, G.: *Les Définitions modernes de la dimensión*, Hermann et Cie., París, 1935.
38. SMITH, N. K. (ed.): *Kant's Inaugural Dissertation and Early Writings on Space*, J. Handyside, tr., Open Court, La Salle, Ill., 1929, pp. 10-12.
39. Cf. JAMMER, *o.c.*, p. 177.
40. WHITROW, *o.c.*; véase también el apéndice a su *The Structure and Evolution of the Universe*, Harper & Row, Nueva York, 1959, y REICHENBACH, *Philosophy of Space and Time*, *o.c.*, p. 280.
41. GRÜNBAUM, *o.c.*, pp. 332-333.
42. RUSSELL, *An Essay on the Foundations of Geometry*, *o.c.*, sec. 161. (Trad. cast., p. 130.)
43. SMITH (ed.), *o.c.*, p. 26.
44. GRÜNBAUM, *o.c.*, pp. 330-332.
45. REICHENBACH, *Philosophy of Space and Time*, *o.c.*, secs. 12, 14.
46. *Ibid.*, p. 279.

CAPITULO V

EL IMPACTO DE LA TEORIA DE LA RELATIVIDAD

En el desarrollo de las teorías del tiempo y del espacio anteriores a 1900, a la teoría relacional (si bien filosóficamente más atractiva) le quedaba por resolver un problema importante. El problema de ofrecer una teoría explícita del orden espacial y temporal; es decir, mostrar explícitamente el tipo de relaciones entre acontecimientos que se supone constituyen sus relaciones espaciotemporales. Leibniz construyó una de estas teorías, pero se basó en la teoría racionalista de la causalidad; después de Hume, el supuesto de que se puede definir el orden temporal en términos de la conexión causal no podía parecer plausible. Kant se ocupó de este problema en las *Analogías*, pero la respuesta que dio es demasiado general para ser considerada como algo más que programática. Cuando Lechalas quiso hacer efectivo este enfoque, no lo consiguió, y no a causa de problemas sencillos o superficiales.

1. *LA REVOLUCION EN LA TEORIA DEL TIEMPO Y DEL ESPACIO*

Al plantear un problema, o al hacer una pregunta, puede que estemos dependiendo de ciertos presupuestos, y que estos presupuestos no se cumplan. La posibilidad de un tiempo topológicamente cerrado nos debe convencer de que la busca

de un correlato físico de la relación *antes-después* (tal como se la concibe habitualmente) puede que tenga uno de esos presupuestos equivocados. De hecho, esto mismo se aplica al caso de la relación «entre» temporal, como hemos visto. E incluso, si el tiempo es abierto, en cuyo caso hemos de hallar una base física de la relación temporal «entre», puede que no haya ninguna anisotropía física de la clase requerida para dar una definición no del todo convencional de *antes de* (anterior a). Pero estos presupuestos se explicitaron hacia 1900, y la formulación del problema del orden temporal (y espacial) puede tenerlos en cuenta.

La gran importancia del desarrollo de la teoría de la relatividad de Albert Einstein para nuestro tema está en dos hechos: 1) muestra un presupuesto factual semejante en el problema de encontrar un correlato físico de la simultaneidad, y 2) muestra una interdependencia tan estrecha de las relaciones temporales y espaciales que ya no se puede tratar el tiempo y el espacio como materias esencialmente independientes. Los filósofos no tardaron en apreciar la naturaleza revolucionaria de este desarrollo, y se ha de considerar a la consiguiente construcción de la teoría causal del tiempo y del espacio-tiempo una de las contribuciones más importantes de la filosofía de la ciencia del siglo xx.

Es evidente, pues, que todo el que quiera comprender el desarrollo de la filosofía del tiempo y del espacio del siglo xx se ha de familiarizar con lo más elemental de la teoría de la relatividad especial (la teoría de la relatividad general tiene también su importancia para este tema, pero no nos saldremos de la teoría especial). Puesto que esta teoría se ocupa de las relaciones entre diferentes sistemas de referencia, y tanto nuestra propia experiencia como la física clásica nos llevan con toda naturalidad a concebir el mundo desde la perspectiva de un único sistema de referencia, familiarizarnos con la teoría requiere repensar muchos conceptos básicos.

Afortunadamente, gracias a los cincuenta años dedicados a la investigación filosófica y lógica de la teoría de la relatividad especial, estamos en situación de presentar los rudimentos de esa teoría de forma sencilla. Esta exposición no dará a conocer ninguna cinemática o dinámica relativista, y

se pasarán por alto muchas cuestiones clásicas en la relatividad. A fin de cuentas, contamos con muchas versiones vulgarizadoras del tema. Se presentará aquí sólo aquello que es absolutamente esencial para la teoría del tiempo y del espacio.

2. *EL PUNTO DE VISTA CLASICO Y LAS HIPOTESIS DE LORENTZ*

a) *El experimento de Michelson-Morley y la contradicción longitudinal*

La física clásica explicaba que los fenómenos de sonido eran producidos por ondas que se propagaban por el aire. Naturalmente esta explicación está supeditada a verificación experimental: la propagación ondulatoria sigue leyes distintas a, pongamos por caso, la propagación por partículas que se desplazan. Cuando se aceptó la teoría de Christiaan Huygens de que la propagación de la luz es también de tipo ondulatorio, los físicos postularon un medio, que lo penetra todo, que llena el espacio, portador de las ondas luminosas. A este medio se le llamó éter.

Dada la teoría newtoniana del espacio absoluto, tiene sentido preguntar: ¿está el éter en reposo o en movimiento? La propagación de una onda es diferente en un río o en un estanque, a causa de la corriente; no es difícil apreciar que una evidencia experimental puede ser relevante para esta pregunta. Se descubrió que la hipótesis del movimiento absoluto del éter estaría en contradicción con resultados experimentales. Se concluyó, pues, que el éter estaba en reposo en relación al espacio absoluto. (Este es un buen ejemplo de cómo se usan los descubrimientos experimentales para dar respuestas a preguntas teóricas. Sólo el presupuesto de nuestra pregunta —que todo está o en movimiento absoluto o en reposo absoluto— justifica la conclusión «en reposo» a partir de la negación de «en movimiento».)

De modo que el éter está en reposo y la luz se propaga en él; y la hipótesis obvia (y más sencilla) es que su velocidad

con respecto al éter tiene un valor uniforme c (independiente de cómo se ha producido la luz). Esta es, pues, también su velocidad absoluta. Por otra parte, la Tierra recorre una órbita elíptica alrededor del Sol; por tanto, su velocidad absoluta será diferente en épocas diferentes. Esto quiere decir que la velocidad relativa de la luz respecto a la Tierra habrá de ser también diferente en épocas diferentes. Por consiguiente, se ha de poder detectar el movimiento absoluto de la Tierra con sólo detectar esta variación en la velocidad relativa de la luz respecto a la Tierra. James Clerk Maxwell ideó con este fin un experimento que realizaron por primera vez con la suficiente precisión Michelson y Morley en 1887.[1]

Antes de entrar en la discusión de este experimento y su sorprendente resultado, será bueno examinar si se podría dar una prueba concluyente de que la Tierra está en movimiento absoluto. El razonamiento del párrafo precedente se apoya, en último término, sobre la conclusión anterior de que el éter está en reposo respecto al espacio absoluto. Hay que hacer notar que esta mismísima conclusión sobre el éter da pie a una interpretación favorable a la teoría relacional del espacio. El newtoniano ha deducido que el éter tiene una velocidad absoluta cero; por tanto, «una velocidad absoluta v» es equivalente a «una velocidad relativa v respecto al éter». Así, pues, el análisis newtoniano de la variable velocidad v, situándola entre los valores de la velocidad relativa al espacio absoluto, podría ahora tener su paralelo en un análisis en términos de la velocidad relativa al éter. Dado un éter estacionario que lo penetra todo, parecería que la hipótesis de un espacio absoluto se ha vuelto superflua. De modo que, si el resultado del experimento coincidiera con las expectativas de los newtonianos, su enseñanza sería, con todo, ambigua.

La estructura fundamental del experimento de Michelson-Morley es muy sencilla. Un rayo de luz incide sobre un espejo semirreflector A que forma un ángulo tal que la mitad del rayo luminoso se refleja hacia el espejo B y la mitad sigue al espejo C. Los espejos B y C reflejan estos (medios) rayos. AB y AC son iguales y perpendiculares entre sí, de modo que si el aparato está en reposo en el éter, los dos (medios) rayos coinciden al volver a A.

Supongamos, sin embargo, que el aparato se mueve hacia la derecha con una velocidad v relativa al éter y que AB es perpendicular a la dirección del movimiento. En el tiempo que invierte la luz en ir de A a B el aparato se habrá desplazado un poco. Y lo mismo sucederá al volver la luz de B a A. Sea A la posición del espejo al comienzo, y A', A'' las posiciones siguientes; y en forma análoga para B, B', B'' y C, C', C'' (véase figura 2). La luz recorre ahora $AB'A''$ y no ABA, es decir, una distancia $2L'$ y no $2L$. Puesto que L' es mayor que L, invertirá más tiempo en el recorrido. Un cálculo preciso muestra que debido a esta diferencia los dos (medios) rayos *no* habrían de coincidir al volver al espejo semirreflector.

Caso 1. El aparato está en reposo con respecto al éter. En este caso los dos (medios) rayos invierten en su recorrido total el tiempo

$$1) \quad \Delta t = \frac{2L}{c}$$

Caso 2. El aparato se mueve por el éter con una velocidad c en dirección AC.

a. Puesto que AB es perpendicular a la dirección del movimiento, la velocidad relativa respecto al aparato de *ese* (medio) rayo no varía. Pero, como ya hemos visto, ha de seguir un camino más largo, $AB'A'' = 2L'$. El tiempo invertido en el recorrido total es:

$$2) \quad \Delta_1 = \frac{2L'}{c}$$

Para ver en cuánto difiere de Δt, hemos de calcular L' a partir de L. Sea $AA' = A'A'' = k$. Por el teorema de Pitágoras tenemos:

$$3) \quad (L')^2 = L^2 + k^2$$

Y $2k$ es la distancia que el aparato recorre en el intervalo Δ_1, a una velocidad v. Por tanto,

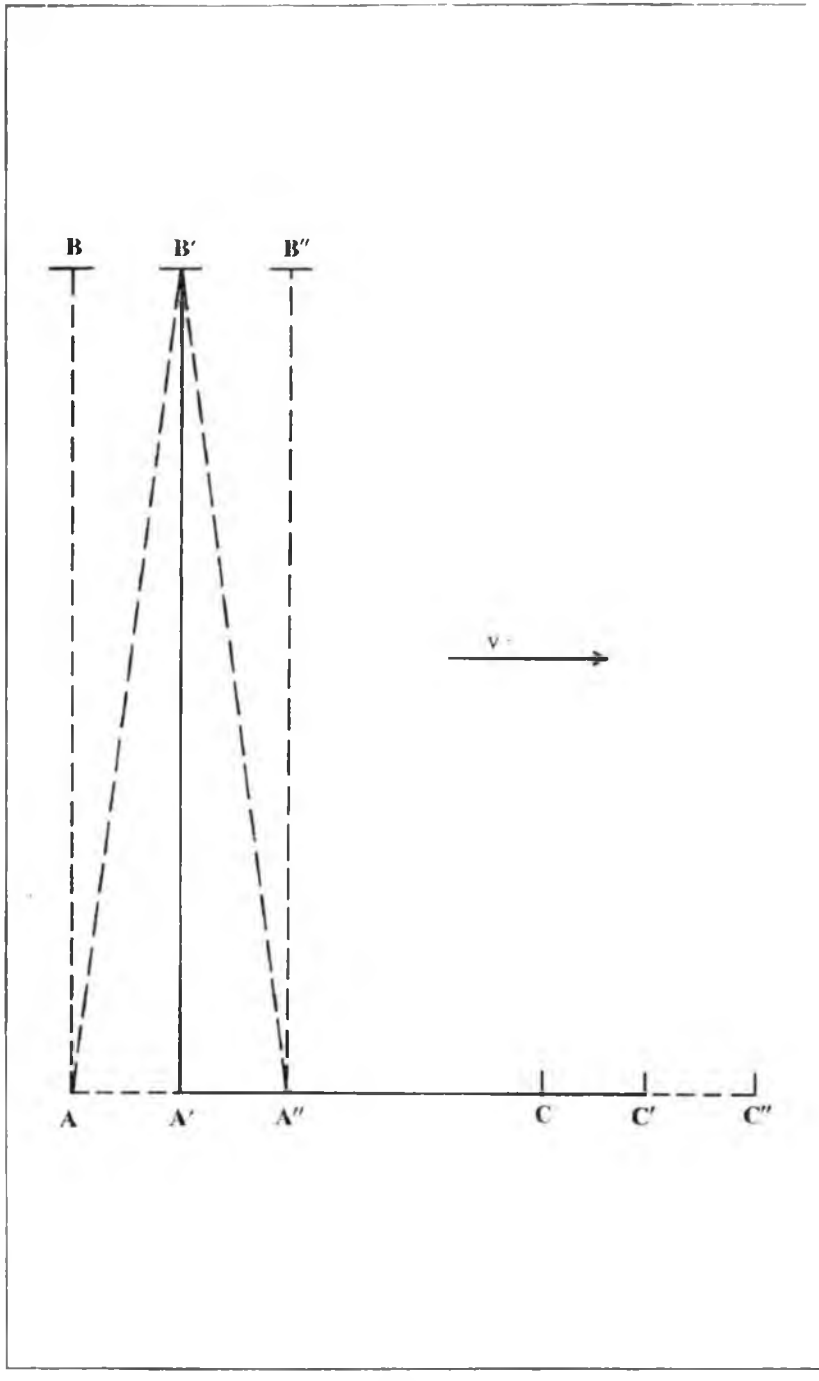

Figura 2

4) $$k = \frac{v\Delta_1}{2}$$

De 2 y 4 deducimos $k = v(L'/c)$. Sustituyendo en 3:

5) $$(L')^2 = L^2 + \left(\frac{L'}{c}\right)^2 v^2$$

6) $$L' = \frac{L}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}$$

De 2 y 6 tenemos:

7) $$\Delta_1 = \frac{2L}{c\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} = \Delta t \frac{1}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}$$

que es algo mayor que Δt.

b. El otro (medio) rayo ha de recorrer la misma distancia que antes; sin embargo, su velocidad relativa respecto al aparato se ve afectada por el movimiento de éste. En el trayecto de ida la velocidad relativa disminuye: $c - v$; y en el de vuelta aumenta: $c + v$. Por tanto, el tiempo total es:

8) $$\Delta_2 = \frac{L}{c - v} + \frac{L}{c + v} = \frac{2Lc}{c^2 - v^2}$$

Para expresarlo en función de Δt, vemos (de 1) que hemos de aislar un factor $2L/c$. Se hace de esta forma:

9) $$\Delta_2 = \frac{2Lc}{c^2 - v^2} = \frac{2L}{c\,[1 - (v^2/c^2)]}$$

10) $$\Delta_2 = \Delta t \left(\frac{1}{1 - (v^2/c^2)}\right)$$

Notemos que Δ_2 es mayor que Δt, y también mayor que Δ_1; de 7 y 10 tenemos:

$$11) \quad \Delta_2 = \Delta_1 \frac{1}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}$$

Así pues, Δt es menor que Δ_1 y Δ_1 menor que Δ_2, y la relación entre ellos viene dada por el factor $1/\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$.

Lo que acabamos de calcular es el resultado del experimento Michelson-Morley que se esperaba en la física clásica: los dos (medios) rayos no coinciden al volver al punto de origen. Pero de hecho, el experimento tuvo un resultado diferente: los dos (medios) rayos coinciden. Se repitió el experimento y se idearon otros experimentos semejantes para controlarlo; en todos los casos el resultado fue negativo. No se pudo detectar ninguna variación en la velocidad relativa de la Tierra y de la luz. La supuesta velocidad de la Tierra respecto al éter se mostraba incoherente con los resultados experimentales.

Por supuesto se hicieron muchos ensayos teóricos para salvar la hipótesis del éter.[2] Ahora sólo tiene importancia uno de ellos: el de G. F. Fitzgerald y Hendrik Lorentz. Fitzgerald señaló que el resultado nulo del experimento de Michelson-Morley se seguiría de la hipótesis de que el brazo AC, que está en la dirección del movimiento, se contrae en el factor $\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$. Su longitud no es pues L, sino $L\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$ y el cálculo de Δ_2 no da 9 sino

$$12) \quad \Delta_2 = \frac{2\,[L\sqrt{1 - (v^2/c^2)}]\,c}{c^2 - v^2}$$

$$= \frac{2L}{c}\left(\frac{1}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}\right) = \Delta_1$$

Aceptar esta hipótesis para explicar el resultado del experimento de Michelson-Morley sería dar por buena una pura hipótesis *ad hoc*. Pero Lorentz desarrolló una teoría de la estructura atómica de la que se deducía esta hipótesis de la contracción longitudinal.[3] Hay que considerarlo un punto importante en favor de la teoría atómica de Lorentz.

b) El experimento de Fizeau y la dilación temporal

Es evidente que la hipótesis de la contracción, y por tanto la teoría de Lorentz, lleva como consecuencia necesaria que las mediciones de longitud son sistemáticamente erróneas. En toda medición de magnitudes espaciales, la vara que mide se contrae a lo largo de la dirección de su movimiento absoluto en un factor que depende de su velocidad absoluta; y, a lo que parece, no se puede determinar esta velocidad absoluta precisamente a causa de esta contracción.

Bien podemos preguntarnos qué sucede con la medición del tiempo. Se recordará que el reloj luminoso de Poincaré se asemeja a un brazo del aparato de Michelson-Morley (véase capítulo III, apartado 2b). El aparato completo está formado por dos relojes luminosos de Poincaré, que son coincidentes pero teniendo orientaciones distintas. El presupuesto de una definición de una unidad de duración a base de este reloj luminoso era que habrían de concordar relojes luminosos coincidentes de la misma estructura. Y este es precisamente el resultado nulo real (aunque inesperado) del experimento. Podríamos resumirlo así: la teoría clásica dice que el uso de relojes luminosos en las medidas de duración se basa en un presupuesto equivocado; la teoría de Lorentz, al implicar la hipótesis de la contracción, dice, por el contrario, que ese presupuesto se cumple. Así pues, hemos de prepararnos a que esta hipótesis sobre las magnitudes espaciales tenga consecuencias importantes para la teoría de la medición del tiempo.

Un reloj mecánico típico es un mecanismo conocido como oscilador armónico. Lorentz mostró que de su teoría se seguía que ese reloj se retrasa cuando está en movimiento absoluto en un factor que depende de su velocidad absoluta.[1] Se conoce esta hipótesis con el nombre de hipótesis de la *dilación temporal*. Para conocer exactamente cuánto se retrasa un reloj en movimiento, consideraremos un experimento en el que se puede comparar un reloj luminoso con un reloj patrón (mecánico). Si hay alguna discrepancia entre los dos, se podría usar esta discrepancia para confirmar la hipótesis del movimiento de la Tierra en el éter: exactamente del mismo modo que se suponía que lo hacía una discrepancia entre dos

relojes luminosos de orientación diferente en el experimento de Michelson-Morley. El experimento al que nos estamos refiriendo fue ideado por Armande Fizeau; no se pudo realizar con la suficiente precisión hasta fecha muy reciente, pero Lorentz predijo exactamente su resultado.[5]

Se hace pasar la luz por una rueda dentada A hasta un espejo B a una distancia L, que refleja de nuevo el rayo a A. Se ajusta la velocidad de la rueda dentada de forma que la luz que vuelve pase a través de un diente contiguo. Se mide la velocidad de la rueda con un reloj patrón (mecánico); por tanto, conocemos la magnitud Δt del intervalo de tiempo que invierte un diente en reemplazar al otro en la misma posición. En tanto que el aparato está en reposo en el éter tenemos, igual que antes,

$$13) \qquad \Delta t = \frac{2L}{c}$$

Puesto que un reloj ordinario nos ha permitido medir Δt, y es de suponer que conocemos L, podemos utilizar esos datos para calcular c. Supongamos ahora que el aparato tiene una velocidad absoluta en la dirección AB. Entonces, en la teoría clásica, el tiempo total de todo el recorrido pasa de ser Δt a

$$14) \qquad \Delta = \frac{L}{c+v} + \frac{L}{c-v} = \frac{2L}{c}\left(\frac{1}{1-(v^2/c^2)}\right)$$

y en la teoría de Lorentz, que incorpora la hipótesis de la contracción,

$$15) \qquad \Delta' = \frac{L\sqrt{1-(v^2/c^2)}}{c+v} + \frac{L\sqrt{1-(v^2/c^2)}}{c-v}$$

$$= \frac{2L}{c}\left(\frac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\right)$$

En los dos casos, el tiempo total (ida y vuelta) es una función de la velocidad absoluta v. Por tanto, si nuestro reloj

mecánico patrón (empleado para medir la velocidad de la rueda dentada) da el resultado correcto, y el aparato está rígidamente fijado a la Tierra, y la velocidad relativa de la Tierra respecto al éter es diferente en épocas distintas del año, será detectable esta variación en el tiempo total de ida y vuelta. Pero Lorentz predijo cabalmente que no se podría detectar esta variación (y, por tanto, tampoco el movimiento de la Tierra en el éter). Según Lorentz, el tiempo de ida y vuelta real es, por supuesto, Δ' dado por 15, pero la medida del reloj dará el resultado Δt. De 13 y 15 deducimos

$$16) \quad \Delta t = \Delta' (\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$$

de modo que el reloj se ha de haber retrasado en un factor $\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$.

c) *Las transformaciones de Lorentz*

Las hipótesis de la contracción longitudinal y de la dilación temporal implican juntas que las medidas realizadas por observadores diferentes (en movimiento relativo uniforme uno respecto al otro, y no sometidos a fuerzas del tipo que Newton atribuyó a la aceleración absoluta) darán sistemáticamente resultados diferentes. Nos enfrentamos ahora con la siguiente pregunta teórica: dados dos observadores A y B tales que la velocidad de B respecto a A sea v, ¿cuál es la relación entre los resultados de sus respectivas mediciones? Las transformaciones de Lorentz solventan este problema.

Suponemos que los observadores A y B usan sus relojes y reglas de medir para asignar, en la forma habitual, una fecha (coordenada temporal) y tres coordenadas espaciales a cada acontecimiento. Sean t, x, y, z las coordenadas que A asigna a un acontecimiento, y t', x', y', z' las que asigna B. Supongamos, para simplificar, que toman el mismo *origen* para sus sistemas de coordenadas; el acontecimiento con las coordenadas $t = x = y = z = 0$ tiene también las coordenadas $t' = x' = y' = z' = 0$. Supongamos, también por razones de

simplicidad, que B se mueve a lo largo del eje de las X de A; es decir, las coordenadas y y z son siempre las mismas que y' y z':

$$17) \quad \begin{aligned} y' &= y \\ z' &= z \end{aligned}$$

En ese caso, la transformación de Lorentz expresa, además, t' y x' en función de t y x:

$$18) \quad t' = \frac{t - xv/c^2}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} \qquad x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}$$

Advirtamos que v es aquí la velocidad relativa de B respecto a A, pero c es la velocidad absoluta de la luz. Si decidimos elegir nuestras unidades de forma que $c = 1$, las transformaciones de Lorentz tienen una forma muy sencilla:

$$19) \quad t' = \frac{t - xv}{\sqrt{1 - v^2}} \qquad x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2}}$$

Los resultados de las mediciones de distancia y duración varían evidentemente de observador a observador, si los observadores están en movimiento relativo. Una segunda pregunta, igualmente importante, es: ¿hay alguna cantidad que *no* sea relativa al sistema de referencia?

Se pregunta por una cantidad que (a diferencia de la duración y la distancia) sea invariante bajo las transformaciones de Lorentz. Hay una cantidad con esa característica a saber, el *intervalo espacio-temporal*. Sean X e Y dos acontecimientos separados por un intervalo de tiempo Δt y por un intervalo espacial Δd (medidos, en cada caso, en el sistema de referencia de un único observador A). Entonces, el intervalo espacio-temporal $s(X,Y)$ que separa X e Y tiene la magnitud $\sqrt{(\Delta t)^2 - (\Delta d)^2}$. (Esta definición presupone, naturalmente, que esta magnitud es independiente de la elección de un sistema de referencia; de lo contrario habríamos tenido que decir que ese intervalo *espacio-temporal* tiene esta magnitud *en el sistema de referencia de A*.)

Valiéndose del experimento de Fizeau, podemos calcular la velocidad de la luz respecto al aparato; resulta ser el mismo valor c con independencia de su estado de movimiento. En otras palabras, la velocidad de la luz es la misma en todo sistema de referencia. Este hecho se relaciona con la invariancia del intervalo espacio-temporal de la siguiente manera. Supongamos que una señal luminosa parte en el instante $t = 0$ del origen de un sistema S que está en reposo absoluto, y que en el instante t se encuentra en (x,y,z). Sea c su velocidad absoluta. Entonces ha recorrido una distancia ct. Pero también ha recorrido la distancia entre (0,0,0) y (x,y,z): una distancia $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Tenemos, pues,

$$20) \quad ct = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Sin suponer nada acerca de la velocidad relativa de la luz respecto de cualquier otro sistema de referencia, podemos optar por que la velocidad absoluta c sea 1 en nuestro sistema de unidades en este sistema. De ahí, 20 da

$$21) \quad t = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

o bien

$$22) \quad t^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

Pero entonces el intervalo espacio-temporal entre el acontecimiento X con $t = 0$ y posición (0,0,0) y el acontecimiento Y en el tiempo t y posición (x,y,z) es

$$23) \quad \sqrt{t^2 - (x^2 + y^2 + z^2)} = \sqrt{t^2 - t^2} = 0$$

Naturalmente podemos reproducir este cálculo para todo par de acontecimientos en el recorrido del mismo rayo de luz: el intervalo espacio-temporal entre ellos, calculado en el sistema S, es siempre 0. Ahora bien, las transformaciones de Lorentz aseguran que la magnitud del intervalo espacio-temporal será siempre la misma en cualquier otro sistema S' (no acelerado). De modo que tenemos *siempre* el resultado

24) $d(X,Y) = \sqrt{(\Delta t)^2 - (\Delta d)^2} = 0$

para estos acontecimientos X e Y; con independencia del sistema de referencia, $|\Delta t| = |\Delta d|$. Ahora bien, $|\Delta t|$ es la duración de recorrido y $|\Delta d|$ es la distancia recorrida; así pues, la velocidad ha de ser también $|(\Delta d/\Delta t)| = 1$ en los otros sistemas.

En otras palabras, las transformaciones de Lorentz explican cómo (o por qué) resulta que la velocidad de la luz es la misma en todos los sistemas de referencia. Lo explican en el sentido que incluyen como consecuencia necesaria este resultado; todo el que acepta la teoría de Lorentz ha de contar con la igualdad de la velocidad de la luz en todo sistema de referencia.

3. *EINSTEIN: LA CRITICA DE LA SIMULTANEIDAD*

La teoría de Lorentz se basaba explícitamente en la interpretación newtoniana de la física en términos de espacio absoluto. Con todo, la física atisbada por Lorentz es una extensión de la física clásica: una extensión ideada de manera que tengan cabida los resultados experimentales inesperados de finales del siglo XIX. La física relativista desarrollada por Einstein no es pura y llanamente una extensión de la teoría clásica; es una teoría diferente cuyas predicciones de resultados experimentales difieren en ciertos puntos de las expectativas clásicas. Pero, al igual que la teoría de Lorentz, tiene la virtud de predecir el resultado nulo de los experimentos de Michelson-Morley y de Fizeau. De hecho, asegura que los diferentes *sistemas inerciales* (sistemas de referencia de observadores no sometidos a aceleraciones absolutas, según el punto de vista clásico) se relacionan unos con otros por medio de las transformaciones de Lorentz.

La mayoría de las exposiciones de la teoría de la relatividad especial empiezan con este principio u otro parecido: las leyes de la física son idénticas en todos los sistemas iner-

ciales *(principio de la relatividad restringida)*. Como a nosotros no nos interesa presentar una física relativista, sino sólo explicar los conceptos de tiempo y espacio de Einstein, vamos a proceder de forma distinta. Reconstruiremos la investigación einsteiniana del concepto de simultaneidad.[6] No obstante actuar así, veremos que esto nos lleva a deducir las transformaciones de Lorentz.

Consideremos dos observadores, cada uno de los cuales puede expresar el orden de acontecimientos de su propia historia. Supongamos que el acontecimiento X le sucede a uno y el Y al otro. ¿En qué condiciones se han de considerar simultáneos X e Y?

Podríamos dar una primera respuesta basándonos en la percepción: si el primer observador percibe que Y sucede exactamente cuando X le sucede a él, los dos acontecimientos son simultáneos. Pero esto es totalmente inexacto, ya que la velocidad de la luz y del sonido son finitas: si el observador ve Y, e Y está a una distancia d, y la luz va de Y a sus ojos a una velocidad (media) c, entonces Y ha acontecido un intervalo de tiempo d/c antes que él lo viera.

La segunda respuesta corrige la inexactitud que acabamos de señalar: que el observador mida la distancia d y la velocidad de la luz c en un recorrido (de Y al observador), y podrá deducir el tiempo que invierte la luz en ir del acontecimiento a su ojo. Ahora bien, la pregunta importante es: ¿cómo puede determinar el observador la velocidad de un recorrido de la luz (o del sonido, o de cualquier otra señal empleada: el problema sería semejante en todos los casos)? Recordemos que en los experimentos de Michelson-Morley sólo se medía directamente el tiempo total (ida y vuelta) de una señal reflejada. Si conocemos la distancia, podemos calcular la velocidad media total (ida y vuelta). Pero ¿cuál es la velocidad de un recorrido (ida o vuelta)? ¿Es la misma que la velocidad total (ida y vuelta)? Ciertamente no, según la teoría clásica. Dijimos que la velocidad de la luz en el aparato de Fizeau era $c + v$ en un recorrido y $c - v$ en el otro, siendo v la velocidad absoluta del aparato. Y ahora estamos bien cogidos: las transformaciones de Lorentz aseguran que no se puede determinar esta velocidad absoluta.

Pero, por supuesto, no nos interesa ahora lo que dice la teoría clásica, sino sólo mostrar que el conocer la velocidad total (ida y vuelta) no nos asegura el conocimiento de la velocidad de un recorrido (ida o vuelta). Hemos de dar con algún método experimental de determinar la velocidad de un recorrido.

Para medir una velocidad hemos de poder medir la distancia y la duración. Supongamos que la señal va de *A* a *B*. Entonces para hallar su velocidad, necesitamos saber el tiempo de partida de *A*, la distancia que recorre, y el tiempo de llegada a *B*. ¿El tiempo? Bueno, el tiempo medido por un reloj dado. Desgraciadamente las señales luminosas son tan rápidas que no podemos desplazar un reloj de *A* a *B* en el intervalo entre la emisión y la llegada de una misma señal luminosa. Empleemos, pues, relojes sincronizados: empecemos por colocar dos relojes equivalentes en *A*, los sincronizamos, y llevamos luego uno de ellos a *B*. Recordemos que dos relojes son equivalentes si, una vez sincronizados, siguen estando sincronizados mientras se les deja en el mismo lugar. Nos hemos de ocupar ahora de lo que sucede una vez sacados de su coincidencia espacial estos relojes equivalentes sincronizados: ¿afecta el viaje al segundo reloj? Según Lorentz es claro que sí; un reloj en movimiento absoluto se retrasa. No podemos recurrir aquí a la noción de movimiento absoluto, pero podemos postular el siguiente efecto verificable de la hipótesis de la dilación temporal: cuando se vuelve a hacer coincidir en el mismo lugar a los dos relojes, ya no están sincronizados. Este es el *postulado del reloj:* si dos relojes equivalentes están sincronizados en *A* y se les transporta a *B* de modo que o bien

a) llegan coincidentemente a *B*, pero tras recorridos de longitud diferente

o bien

b) recorren trayectos de la misma longitud, y coinciden sus salidas [de *A*] pero no sus llegadas a *B*

entonces nos encontraremos con que *no* están sincronizados una vez estén juntos en *B*. Advirtamos que la hipótesis de

Lorentz de la dilación temporal está formulada sobre la base de la noción de velocidad absoluta. El postulado del reloj es una consecuencia de esa hipótesis, pero es también una afirmación puramente empírica, cuya formulación no precisa recurrir a nociones absolutas.

¿Podría haber alguna otra manera de servirnos de relojes equivalentes transportados, para definir la simultaneidad? [7] El hecho de que en la teoría de Lorentz se puede calcular a partir de sus velocidades la discrepancia exacta entre relojes en movimiento, sugiere que la respuesta podría ser afirmativa. Pero en esta teoría se omite tratar el problema principal con que estamos confrontados aquí: cómo comparar relojes que están separados espacialmente. Supongamos que el postulado del reloj no es válido, es decir, que los relojes equivalentes sincronizados, siempre se halla que están sincronizados una vez se los a vuelto a colocar en el mismo lugar. En ese caso, ¿cuál es el significado de afirmar que los relojes también concordaban cuando estaban separados? A primera vista puede parecer que esta afirmación tiene un sentido objetivo: que, incluso cuando estaban separados espacialmente, marchaban «igual», «al mismo ritmo» (que, por ejemplo, no se adelantaban en el camino de ida ni se retrasaban en el de vuelta). Pero de hecho no tenemos más base objetiva para hacer esta afirmación que para la afirmación correlativa de que en un recorrido total (ida y vuelta) la velocidad de una señal luminosa es la misma en el viaje de ida que en el de vuelta.

El resultado de esta discusión es que no tenemos medio de determinar las velocidades de un recorrido —ni, por tanto, la simultaneidad— a menos que dispongamos ya de un medio de sincronizar relojes que están separados espacialmente.

Para ver cómo se podría hacer esto en principio, hemos de recurrir una vez más a los tiempos totales de ida y vuelta. Supongamos que se envía una señal luminosa de *A* a *B*. Sean *E*, *R* y *F* los acontecimientos:

E) emisión de la señal (en *A*)
R) reflexión de la señal (en *B*)
F) llegada de la señal (a *A*)

Si x es un acontecimiento, sea $t(X)$ su fecha (coordenada temporal) en el sistema de referencia de A. A conoce $t(E)$ y $t(F)$. ¿Qué coordenada temporal asignaría a R? Aún no lo sabemos, pero al menos tendremos que $t(R)$ está *entre* $t(E)$ y $t(F)$. Enviemos ahora una señal más rápida ajustando su emisión E' (posterior a E) de modo que su reflexión R' en B coincida con el acontecimiento R (como puede determinarlo un observador en B). Que la señal es más rápida quiere simplemente decir que

$$t(E') > t(E)$$
$$t(F') < t(F)$$

Y hemos de decir también que $t(R') = t(R)$; y, naturalmente, una reflexión está *entre* una emisión y un regreso: $t(E') < t(R') < t(F')$. Reuniendo esta información, vemos que

$$t(E') < t(R) < t(F')$$

que es una determinación más precisa de $t(R)$ que la que obtuvimos con la primera señal.

Así, usando señales cada vez más rápidas, nuestra determinación de $t(R)$ será cada vez más precisa. De modo que, al usar señales cada vez más rápidas, podemos sincronizar los relojes en A y B con el grado de precisión que queramos. (Es decir, la mera exigencia de que las causas sean temporalmente anteriores a los efectos tiene como resultado una única relación de simultaneidad).

Este procedimiento presupone, sin embargo, que no hay un límite superior para las velocidades de las señales. Y Einstein niega este presupuesto; afirma que no hay ninguna señal más rápida que la luz. Este es el *postulado limitador:*

> Si coinciden la emisión en A de una señal luminosa S_1 y de otra señal S_2 no luminosa y ambas son reflejadas por otro cuerpo B, y ambas vuelven a A, entonces la vuelta de S_1 está temporalmente *entre* la emisión conjunta de S_1 y S_2 y ese regreso de S_2 a A.

La conclusión que saca Einstein es tan sencilla como revolucionaria: No hay ninguna base física de la relación de simultaneidad entre acontecimientos que están separados espacialmente.

Pero estamos todavía en el problema de asignar una coordenada temporal $t(R)$ al acontecimiento R en el sistema de referencia de A. Si nuestra primera señal era ya luminosa, entonces toda la información que tenemos es

25) $t(E) < t(R) < t(F)$

Si no hay ninguna base física para determinar $t(R)$ con más precisión que ésta, todo lo que podemos hacer es introducir una convención. Esta convención consistirá en elegir un valor e introducir la definición

26) $t(R) = t(E) + \varepsilon[t(F) - t(E)]$

Este valor ε ha de satisfacer

27) $0 < \varepsilon < 1$

Sin esta condición, 26 es incoherente con 25. A excepción de 27, la elección de ε es puramente convencional: puede ser una constante, o una función de $t(E)$, o una función de A, etc. *(convencionalidad de la simultaneidad).*

Einstein estipuló

28) $\varepsilon = 1/2$

Esto significa que $t(R)$ está exactamente en el punto medio entre $t(E)$ y $t(F)$; en otras palabras, se establece (por esta convención) que en todo sistema de referencia la velocidad de un recorrido (ida o vuelta) de la luz es igual a su velocidad total media. Esta convención tiene la ventaja práctica de que es una convención muy simple. Tiene también la consecuencia de que un mismo par de acontecimientos pueden ser simultáneos en un sistema de referencia (en el sentido de que

reciben la misma coordenada temporal) y no serlo en algún otro sistema de referencia *(relatividad de la simultaneidad)*.[8]

Para aclarar esta relatividad de la simultaneidad vamos a describir un experimento imaginado muy conocido.[9] Un tren pasa por delante de un andén de estación. Un conductor *C* va en el tren, y un jefe de estación *J* está sentado en el andén. Sea *v* la velocidad relativa del tren respecto al andén. El jefe de estación ha colocado espejos en *A* y *B*. Cuando el conductor *C* coincide con *J*, *J* envía una señal luminosa. Observa que las reflexiones de *A* y *B* le vuelven coincidentemente; de acuerdo con la estipulación 28 considera simultáneas las dos reflexiones.

Por supuesto las reflexiones no son coincidentes para el conductor, quien, entretanto, se ha movido un poco. (Se mueve hacia *B*; por tanto, la reflexión de *B* le llega antes que a *J*. Por la misma razón, la reflexión de *A* le llegará después de haber pasado a *J*. Puesto que estas dos reflexiones coinciden en J, al conductor le llega la segunda después de la primera.) Así, pues, de acuerdo con la estipulación 28 el conductor concluye que las dos reflexiones no son simultáneas. Las dos reflexiones son simultáneas en el sistema en el que se considera que *J* está en reposo; no son simultáneas en el sistema en el que se considera que *C* está en reposo —supuesta, naturalmente, la definición de «simultáneo» según la estipulación 28 de Einstein.

4. *LA DURACION EN LA TEORIA DE LA RELATIVIDAD ESPECIAL*

a) Relojes y duración

Un reloj mide, por definición, una *duración* (cantidad de tiempo). Pero ¿la duración de qué? Como ya hizo ver Leibniz, mide *directamente* la correspondiente cantidad en una entidad que coincide con el instrumento. Si un reloj está rígidamente unido a un cuerpo, entonces ciertamente mide la duración de un proceso en ese cuerpo o que afecta a dicho cuerpo. Por

ejemplo, supongamos que un coche está equipado con un cuentakilómetros y un reloj. Si deseamos saber la distancia cubierta por el coche durante un determinado viaje, nos fijamos en la lectura inicial y final del cuentakilómetros. Si deseamos saber la duración del viaje, nos fijamos en las lecturas inicial y final del reloj. Evidentemente, ésta no sólo es la duración del viaje del coche, sino también la duración del viaje del reloj. Así pues, el reloj mide la duración de todo proceso al que está sometido, y además la de cualquier proceso experimentado por un cuerpo con el que permanece coincidente durante ese proceso. (Advirtamos que *durante* es un concepto de orden temporal; además, en nuestra discusión no entra la noción de simultaneidad entre acontecimientos espacialmente separados.)

En la física clásica se supone, además, que un reloj mide la duración de cualquier otro proceso con el que está en coincidencia al comienzo *y* al final. Así, pues, supongamos que el coche va de Valencia a Barcelona y que tomamos el reloj y lo llevamos en avión a Barcelona, de manera que ya esté allí a la llegada del coche. En ese caso, desde el punto de vista clásico, las lecturas inicial y final también determinan la duración del viaje del coche.

Sin embargo, si aceptamos el postulado del reloj y queremos ser coherentes, no podemos admitir esta conclusión. Pues de este postulado se deduce que relojes que recorren la misma distancia a velocidades distintas no concuerdan. Por supuesto, no estamos obligados a sostener con Leibniz que el reloj que va con el coche da la «única verdadera» medida de la duración del viaje. Podemos limitarnos a decir que la duración relativa a un reloj es tal, y la relativa al otro es cual. Los relojes en movimiento relativo mutuo no concuerdan. Pero terminológicamente, se dice que las lecturas del reloj del coche miden el «tiempo propio» de los procesos a los que está sometido el coche (o el mismo reloj). Ahora queremos examinar cómo se relacionan las lecturas de relojes que están en movimiento relativo mutuo. Para hacerlo, habremos de aclarar y precisar algo más el tema de los sistemas de referencia.

b) Sistemas de referencia

Un sistema de referencia es simplemente una asignación de coordenadas de espacio y tiempo a todos los acontecimientos. Esta asignación ha de respetar ante todo las relaciones de orden temporal y espacial entre esos acontecimientos. En segundo lugar, nos hemos de ocupar de la métrica. En la teoría de la relatividad especial, se supone que el espacio es euclídeo, de modo que se ha de dar una cierta concordancia entre los datos que proporcionan las varillas rígidas de medir y la fórmula de la distancia

$$29) \quad d(X,Y) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$

siendo (x_1,y_1,z_1) y (x_2,y_2,z_2) las coordenadas espaciales de X e Y respectivamente. Por último, en la teoría de la relatividad especial tratamos sólo de los *sistemas de inercia;* es decir, si tal medida de la distancia se realiza en un sistema, nos ocupamos de él sólo a condición de que el sistema esté libre de aquellos efectos de la fuerza que en el pensamiento de Newton revelan aceleraciones absolutas.

Vamos a describir ahora un sistema de referencia S determinado, propio de un sistema inercial particular A. Unido rígidamente a A hay un reloj estándar C. No definiremos la familia de relojes estándar. Por supuesto, admitimos que dos relojes cualesquiera son equivalentes en el sentido habitual (si están sincronizados, permanecen sincronizados mientras continúan en el mismo lugar). Trazamos una línea *(línea de universo)* para representar la historia de A (véase figura 3).

En S, cada acontecimiento E tiene por coordenadas (t,x,y,z), siendo t su coordenada temporal y x,y,z sus coordenadas espaciales. El sistema A está en reposo en S, de manera que cada acontecimiento que envuelve a A tiene las mismas coordenadas espaciales. Elegimos A como origen espacial, es decir, todos y cada uno de los acontecimientos que envuelven a A tienen las coordenadas espaciales (0,0,0). Naturalmente, la coordenada temporal de tal acontecimiento es la lectura del reloj C coincidente con ese acontecimiento. La lectura 0 de C señala el origen del sistema de referencia, (0,0,0,0). Para

determinar la coordenada temporal de un acontecimiento que no envuelve a A nos serviremos de la fórmula 26 y de la estipulación 28 de Einstein. Si la emisión de una señal luminosa tiene las coordenadas (0,0,0,0) y su vuelta a A tiene ($2t$,0,0,0), entonces la coordenada temporal de su reflexión Y es t. Para determinar la distancia espacial de Y a A (mejor, al acontecimiento W que envuelve a A, que tiene también la coordenada temporal t) necesitamos otra convención: tomar como unidad a la velocidad de la luz: $c = 1$. La distancia en cuestión es la mitad del intervalo de tiempo del recorrido total de la señal multiplicado por c:

$$d(Y,W) = \frac{1}{2}(2t - 0)\, c = tc$$

que es t a causa de nuestra convención. Haciendo que el plano X-T pase por Y, sus coordenadas espaciales son (x,0,0) con $x = t$.

No se puede garantizar *a priori* que este método de medir las distancias por medio de un reloj y de señales luminosas dé los mismos resultados que los que arrojan las varillas o cintas métricas. Con todo la teoría de la relatividad especial afirma que esto es así en un sistema inercial.[10]

c) *El postulado de la duración*

Para determinar la relación entre relojes en movimiento, consideramos dos sistemas de referencia inerciales S y S'. Definamos a S por el cuerpo A y el reloj C (en el sentido empleado en el apartado 4b) y S' por el cuerpo A' y el reloj C'. Medimos en el sistema S la velocidad de A'; pongamos que es v. (Naturalmente la velocidad de A en S es exactamente 0, de manera que la velocidad relativa de A y A' en S es v). Suponemos, por comodidad, que A' permanece en el plano X-T del sistema de referencia S. Postulamos que la velocidad de A' en S es constante, de forma que su trayectoria en S es una línea recta.

Suponemos que A y A' coinciden precisamente cuando sus relojes C y C' marcan ambos *cero*. En otras palabras, se asignan las coordenadas (0,0,0,0) a los mismos acontecimientos en ambos sistemas. Trazaremos el eje X y el eje T del sistema S y también la línea de universo del cuerpo A' (que evidentemente es el eje T' del sistema S': véase figura 3). El cuerpo A emite una señal luminosa (acontecimiento E) que es reflejado desde A' (acontecimiento Z) y vuelve a A (acontecimiento F). ¿Cuál es la coordenada temporal $t = t(Z)$ de Z en el sistema S? Por las fórmulas 26 y 28 tenemos:

$$30) \quad t = t(E) + 1/2\,[t(F) - t(E)]$$

Introduzcamos el símbolo d para denotar la mitad del intervalo tiempo (por el reloj C) entre E y F:

$$31) \quad d = 1/2\,[t(F) - t(E)]$$

y, sustituyendo, tenemos:

$$32) \quad \begin{aligned} t(E) &= t - d \\ t(F) &= t + d \\ t(Z) &= t \end{aligned}$$

Hemos estipulado que el cuerpo A' sólo se mueve a lo largo del eje X (su línea de universo está toda ella en el plano X-T). Por consiguiente, las coordenadas espaciales de Z son x,0,0 para un valor de x. ¿Cuál es este valor? La señal luminosa recorre a la velocidad $c = 1$ un intervalo $t - (t - d) = d$ hasta alcanzar A' (camino de E a Z). Por tanto, la distancia es $d \cdot c = d \cdot 1 = d$. Las coordenadas de Z son, por consiguiente, (t,d,00).

Podemos calcular ahora la velocidad v con la que se mueve A' respecto a A. En el instante 0, A' coincidía con A (distancia cero). En el instante t, se había trasladado a un punto distante d de A. Por tanto, en el cómputo total de tiempo $(t - 0)$ se ha movido una distancia $(d - 0)$. Por tanto, su velocidad es igual a

$$33) \quad v = \frac{d}{t} \quad \text{o} \quad d = vt$$

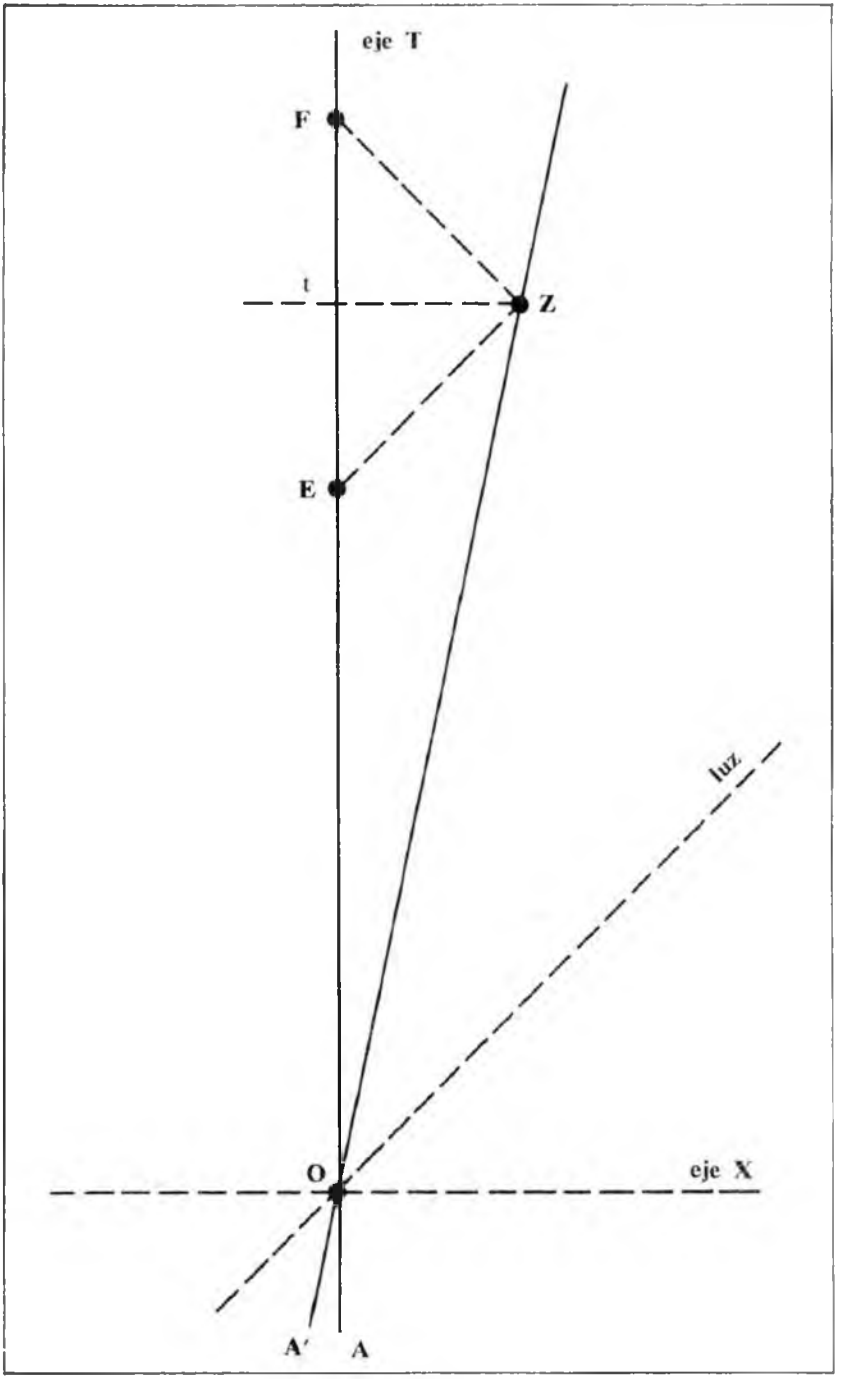

Figura 3

Ahora querríamos tener respuesta a la pregunta: ¿cuál es la lectura del otro reloj C' cuando coincide con Z? (En otras palabras, ¿cuál es la coordenada temporal t' de Z en el sistema S'?) Esta es una cuestión empírica, a la que no se puede dar respuesta sobre la base de nuestros postulados previos.

La respuesta que da la teoría de la relatividad especial se podría expresar así:

34) *Postulado de la duración:* un reloj mide los intervalos espacio-temporales a lo largo de su propia línea de universo.

Puesto que C' da la lectura 0 cuando coincide con 0 y la lectura t' cuando coincide con Z, esto quiere decir que $t' - 0 = t'$ es la magnitud del intervalo espacio-temporal entre 0 y Z. Medido en el sistema S, este intervalo tiene la magnitud $\sqrt{t^2 - d^2}$. Así en el caso expuesto en la figura 3, el postulado de la duración significa que

35) $t' = \sqrt{t^2 - d^2}$

que, teniendo en cuenta 33, nos da $t\sqrt{1 - v^2}$. Puesto que según nuestra convención $c = 1$, esta consecuencia coincide con la hipótesis de la dilación temporal de Lorentz (véase apartado 2b).

Advirtamos que el postulado llevaría a contradicciones si los intervalos espacio-temporales a lo largo de las líneas de universos tuvieran valores diferentes en diferentes sistemas de referencia. El postulado dice que la magnitud de uno de estos intervalos entre dos puntos sobre una única línea de universo (de un sistema inercial) es la misma en cada sistema de referencia. La afirmación de invariancia más general —la de que la magnitud de *cualquier* intervalo espacio-temporal es el mismo en todos los sistemas de referencia— es una consecuencia de las transformaciones de Lorentz, que deducimos en el apartado 5.

Con todo, la figura 3 sólo ilustra una situación: el caso en el que C y C' no están en reposo relativo uno con respecto

al otro. Si están en reposo relativo mutuo y separados espacialmente, sus líneas de universo nunca se cortarán. Por tanto, no podemos hallar un acontecimiento O perteneciente a ambas líneas de universo que pueda servir de origen a ambos sistemas de referencia. En ese caso, ¿cuál es la relación de t' con t? Emítanse señales desde A (acontecimientos E y F) que lleguen a A' (acontecimientos Y y Z); sea $t(Y) = t$ y $t(Z) = t + a$. En este caso el postulado de duración afirma que $|t'(Z) - t'(Y)|$ es la magnitud del intervalo espacio-temporal entre Y y Z. Medida en el sistema S esta magnitud es

$$\sqrt{(t + a - t)^2 - (d - d)^2} = \sqrt{a^2} = a$$

En otras palabras,

$$|t'(Z) - t'(Y)| = |t(Z) - t(Y)|$$

para cualquier par de acontecimientos Y y Z sobre la línea de universo del reloj C'. Si suponemos que los dos relojes concuerdan en la «dirección» [sentido] del tiempo [es decir, $t(Y) < t(Z)$ si y sólo si $t'(Y) < t'(Z)$], entonces se puede también expresar así:

> Hay un factor constante k tal que, para cualquier acontecimiento X en la línea de universo de C', $t'(X) = t(X) + k$.

En ese caso, podemos decir que C y C' están sincronizados si y sólo si este factor es cero.

5. *LAS TRANSFORMACIONES DE LORENTZ COMO UNA CONSECUENCIA DE LOS SUPUESTOS DE EINSTEIN* [11]

Un reloj rígidamente unido a un cuerpo mide un intervalo de tiempo propio a lo largo de la línea de universo de ese cuerpo. En la figura 3 vemos señalados tres de estos intervalos: *OE*, *OF*, y *OZ*. (El primero y el segundo medidos por

el reloj C y el tercero por el reloj C'.) Como E, Z y F son la emisión, la reflexión y la vuelta de una señal luminosa, los vamos a designar de la siguiente manera:

(OE) primer intervalo de emisión
(OZ) primer intervalo de recepción
(OZ) segundo intervalo de emisión
(OF) segundo intervalo de recepción

Empleamos esta terminología porque, por lo que concierne a estas consideraciones, Z podría ser tanto la recepción de una señal (emisión E) como la emisión de una segunda señal (recepción F). Intentaremos mostrar que la razón de intervalo de recepción a intervalo de emisión es la misma para ambos casos. Puesto que O tiene la coordenada temporal 0 en todos los casos, tenemos:

36) *Lema 1* $$\frac{t'(Z)}{t(E)} = \frac{t(F)}{t'(Z)}$$

Sirviéndonos de las convenciones del apartado 4c [$t(E) = t - d$; $t(F) = t + d$; $t(Z) = t$], tenemos:

37) $$\frac{t'}{t-d} = \frac{t+d}{t'}$$

que es exactamente lo mismo que

38) $$(t')^2 = (t+d)(t-d)$$

por tanto, lo mismo que

39) $$(t')^2 = t^2 - d^2$$

Pero es evidente que 39 es consecuencia directa del postulado de la duración; por tanto, nuestro lema está probado.

Probaremos ahora que esta razón es una función sólo de la velocidad relativa v. Esto quiere decir que será la misma

para cualquier señal de un recorrido (ida o vuelta) enviada de A a A' o de A' a A.

40) *Lema 2* $$\frac{t'(Z)}{t(E)} = \frac{\sqrt{1+v}}{\sqrt{1-v}}$$

Volviendo a hacer uso de nuestras convenciones, podemos expresarlo así:

41) $$\frac{t'}{t-d} = \frac{\sqrt{1+v}}{\sqrt{1-v}}$$

El postulado de la duración nos permite expresar la parte izquierda así:

42) $$\frac{t'}{t-d} = \frac{\sqrt{t^2-d^2}}{t-d} = \frac{\sqrt{(t-d)(t+d)}}{t-d}$$

por tanto,

43) $$\frac{t'}{t-d} = \frac{\sqrt{t+d}}{\sqrt{t-d}}$$

Ahora podemos hacer uso de nuestro resultado anterior 33 para expresar d como vt; sustituyendo, pues, en el miembro de la derecha de 43

44) $$\frac{t'}{t-d} = \frac{\sqrt{t+vt}}{\sqrt{t-vt}} = \frac{\sqrt{t(1+v)}}{\sqrt{t(1-v)}}$$

Simplificando el factor $\sqrt{t}$ de los miembros de la derecha, deducimos 41; nuestro segundo lema, pues, está probado. Estos dos lemas harán que la deducción de las transformaciones de Lorentz sea muy sencilla.[12]

Como de costumbre, nos limitaremos a acontecimientos en el plano X-T, así como de inmediato tenemos las transformaciones

$$y' = y$$
$$z' = z$$

La única consecuencia de esta limitación es la de evitar complicaciones innecesarias. Consideremos, pues, un acontecimiento W con coordenadas (t,x,y,z) en S y (t',x',y',z') en S'. Trazamos también los recorridos de las señales luminosas que unen A, A' y W (véase figura 4). Igual que antes, introducimos por convención dos símbolos d y d' y tenemos:

$$
\begin{aligned}
45) \qquad d &= 1/2\,[t(F_1) - t(E_1)] \\
d' &= 1/2\,[t'(F_2) - t'(E_2)] \\
t(E_1) &= t - d \\
t(F_1) &= t + d \\
t'(E_2) &= t' - d' \\
t'(F_2) &= t' + d'
\end{aligned}
$$

E igual que antes deducimos la distancia espacial de A y de A' a W, y, por tanto, sus coordenadas espaciales

$$
\begin{aligned}
46) \qquad x &= d \\
x' &= d'
\end{aligned}
$$

Nuestra tarea es ahora expresar t' y x' en términos de t y x. Lo hacemos utilizando los lemas 1 y 2 concernientes a la razón del intervalo de recepción al intervalo de emisión:

Para la señal E_1E_2:

$$\frac{t'(E_2)}{t'(E_1)} = \frac{\sqrt{1+v}}{\sqrt{1-v}}$$

Para la señal F_1F_2:

$$\frac{t(F_1)}{t'(F_2)} = \frac{\sqrt{1+v}}{\sqrt{1-v}}$$

Usando 45 y 46 estas igualdades se pueden expresar en forma equivalente

$$47) \qquad t' - x' = (t - x)\frac{\sqrt{1+v}}{\sqrt{1-v}}$$

$$48) \qquad t' + x' = (t + x)\frac{\sqrt{1-v}}{\sqrt{1+v}}$$

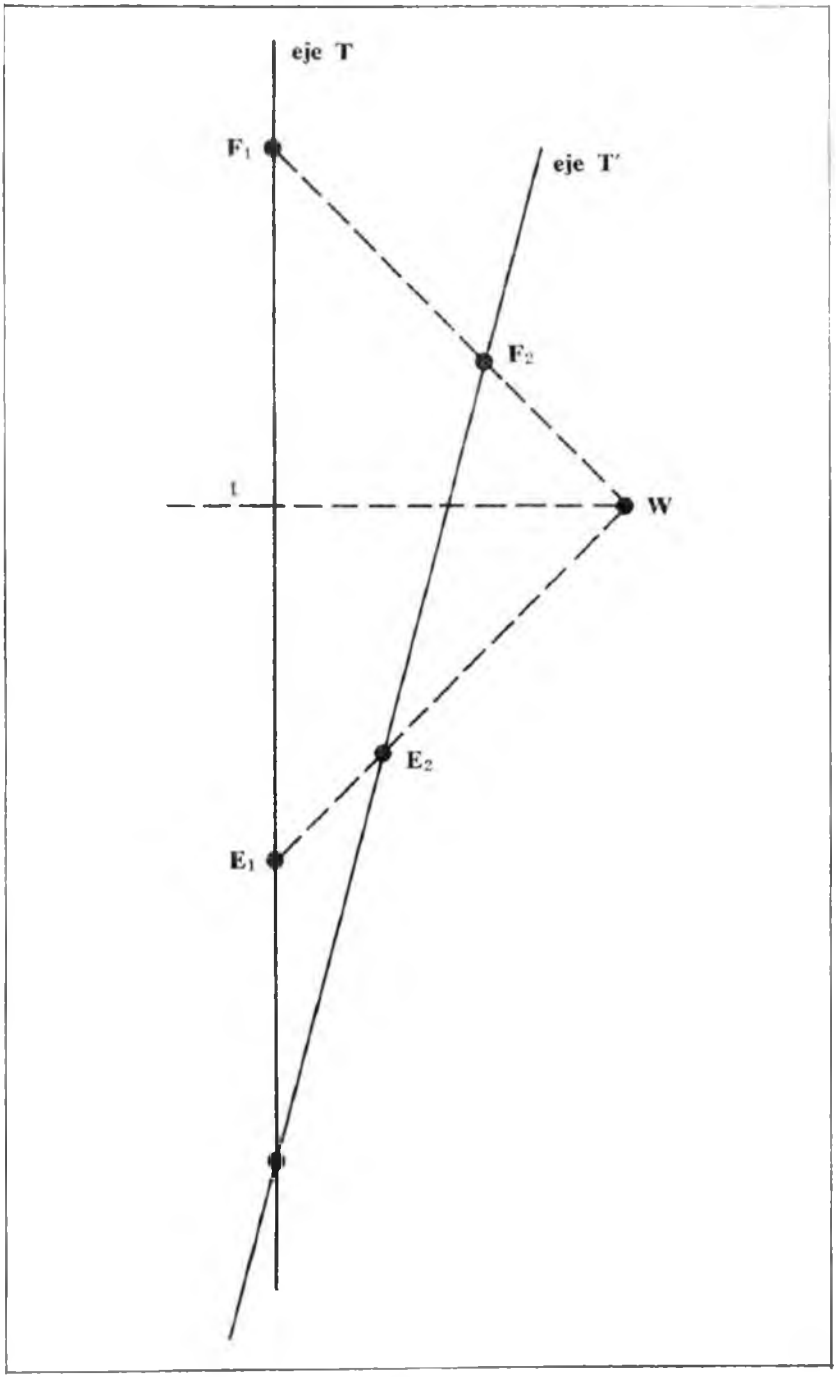

Figura 4

Sumando miembro a miembro estas igualdades obtenemos:

$$49) \quad (t' - x') + (t' + x') = \\ = (t - x)\frac{\sqrt{1+v}}{\sqrt{1-v}} + (t + x)\frac{\sqrt{1-v}}{\sqrt{1+v}}$$

que es precisamente:

$$50) \quad 2t' = \frac{2t - 2xv}{\sqrt{1-v^2}}$$

Dividiendo los dos miembros por 2 obtenemos la transformación de Lorentz para la coordenada temporal (véase apartado 2c)

$$51) \quad t' = \frac{t - xv}{\sqrt{1-v^2}}$$

Por otra parte, restando miembro a miembro la igualdad 47 de la 48, obtenemos

$$52) \quad 2x' = (t + x)\frac{\sqrt{1-v}}{\sqrt{1+v}} - (t - x)\frac{\sqrt{1+v}}{\sqrt{1-v}}$$

que, después de dividir por 2, da la transformación de Lorentz para la coordenada x (véase apartado 2c)

$$53) \quad x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-v^2}}$$

Hemos mostrado, pues, que se pueden deducir las transformaciones de Lorentz a partir del postulado de duración (en el contexto de otros supuestos de Einstein).

6. *ESPACIO-TIEMPO Y LOS DIAGRAMAS DE MINKOWSKI*

En la forma clásica de operar con el espacio, a cada acontecimiento se le asignaban tres números reales (x,y,z) como sus coordenadas espaciales. Por tanto, el espacio lógico en el que, clásicamente, se representaban todas las relaciones espaciales es el conjunto de todas las ternas de números reales. La asignación de coordenadas incluye, naturalmente, la elección de un origen y de unas unidades, de la orientación del eje de las X, etc. En otras palabras, implica la elección de un sistema de referencia.

Nosotros hemos estado siguiendo el procedimiento de asignar a cada acontecimiento cuatro números reales (t,x,y,z) como sus *coordenadas espacio-temporales*. Así pues, para nosotros, el espacio lógico en el que se representan todas las relaciones *espacio-temporales* es el conjunto de todas las cuaternas de números reales. Una asignación de coordenadas espacio-temporales implica la elección de un sistema de referencia total, y nosotros estamos centrando nuestra atención sólo en aquellos para los que esta elección es un sistema inercial. Hemos estipulado, además, que la asignación de coordenadas habría de satisfacer la convención de Einstein $\epsilon = 1/2$ y la convención (para unidades de medida) $c = 1$.

Las diversas magnitudes que se pueden medir en un sistema de referencia dado pueden ser las mismas en todos los sistemas (invariantes) o variar de sistema a sistema (relativas). Por ejemplo, dos acontecimientos separados espacialmente pueden ser simultáneos en un sistema y no serlo en otro. Hemos aclarado este punto con el ejemplo del conductor y del jefe de estación *(relatividad de la simultaneidad)*. La magnitud invariante más importante es el intervalo espacio-temporal s entre dos acontecimientos. Este intervalo viene dado por la ecuación $s^2 = t^2 - d^2$, siendo t la diferencia entre los tiempos de los dos acontecimientos, y d la distancia espacial entre ellos. Aquí t y d están medidos en un sistema de referencia dado S y sabemos que la simultaneidad es relativa, es decir, que la magnitud de t variará de un sistema de referencia a otro. Pero la magnitud de s no variará. Esto

tiene como corolario inmediato que la magnitud d varía de un sistema a otro *(relatividad de la longitud).*

Se pueden representar las relaciones espacio-temporales en un *diagrama de Minkowski.*[13] Los acontecimientos en la historia de un cuerpo A están representados por puntos sobre la línea vertical (continua), la *línea de universo* de A. Esta línea de universo constituye también el eje del tiempo del sistema de referencia de A. Elegimos en ella un punto como origen y trazamos por él una línea horizontal para representar una de las dimensiones espaciales. Los rayos de luz coincidentes con este origen aparecen como líneas (continuas) formando un ángulo de 45° con estos ejes. Las líneas discontinuas representan los ejes de espacio y tiempo de otro sistema de referencia en movimiento respecto al sistema de referencia de A.

Los rayos de luz que pasan por el punto O dividen el diagrama en tres zonas: *futuro absoluto, pasado absoluto* y *zona espacial absoluta* (véase figura 5). La zona espacial absoluta se puede caracterizar de dos maneras:

a) E está en la zona espacial absoluta de O si y sólo si es imposible que una señal tenga su partida coincidente con E y su llegada coincidente con O, o viceversa.

b) E está en la zona espacial absoluta de O si y sólo si el cuadrado del intervalo espacio-temporal entre E y O es negativo.

Aquí a expresa el carácter limitador de la velocidad de la luz. Por otra parte, b define la zona en términos de la relación invariante dada por el intervalo espacio-temporal. Dice que $|d|$ es mayor que $|t|$ para tales acontecimientos: su separación es de *género espacio.* Para decirlo de otra manera: hay algún sistema de referencia alternativo S' tal que O y E están ambos sobre el eje de las X (son simultáneos en S').

El pasado absoluto y el futuro absoluto constituyen el *cono de luz* de O. Un acontecimiento en el cono de luz de O tiene una separación de O de *género tiempo;* es decir, en algún sistema alternativo S' acontecen en el mismo lugar pero no en el mismo tiempo. Más aún, no hay *ningún* sistema

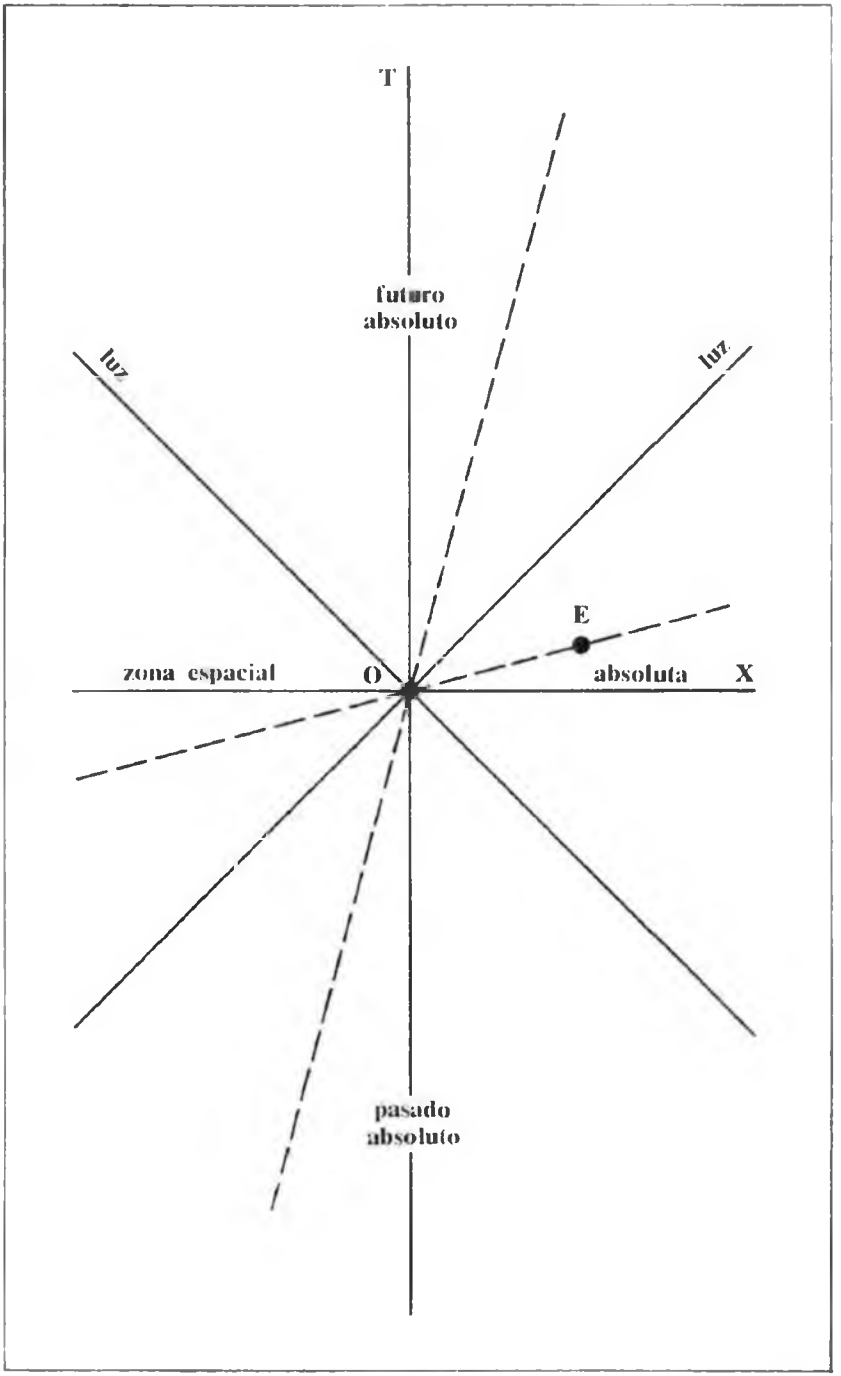
T
futuro
absoluto
luz
luz
E
zona espacial
O
absoluta
X
pasado
absoluto

Figura 5

alternativo S' en el que sean simultáneos este acontecimiento y O.

1. Cf., p. ej., CARMICHAEL, R. D.: *The Theory of Relativity*, Wiley, Nueva York, 1913, pp. 10-13; BOHM, D.: *The Special theory of Relativity*, W. A. Benjamin, Nueva York, 1966, cap. IV. Se puede encontrar el artículo original de Einstein en LORENTZ, H. A. *et al.*: *The Principle of Relativity, A Collection of Original Memoirs*, Dover, Nueva York, 1952.
2. Cf. BOHM, *o.c.*, cap. V.
3. *Ibíd.*, cap. VI.
4. *Ibíd.*, cap. VII.
5. *Ibíd.*, pp. 12-13, 29-30.
6. Cf. REICHENBACH, H.: *The Philosophy of Space and Time*, *o.c.*, sec. 19; y GRÜNBAUM, A.: *Philosophical Problems of Space and Time*, *o.c.*, cap. 12, sec. B.
7. ELLIS, B.-BOWMAN, P. «Conventionality in Distant Simultaneity» en *Philosophy of Science*, 34 (junio, 1967), 116-136, y la réplica de GRÜNBAUM *et al.*, en *Philosophy of Science*, 36 (marzo, 1969), pp. 1-81.
8. Cf. GRÜNBAUM, *o.c.*, pp. 360-367.
9. Cf. *Ibíd.*, pp. 359-360.
10. Cf. REICHENBACH, *o.c.*, sec. 27.
11. Cf. TÖRNEBOHM, H.: *Concepts and Principles in the Space-Time Theory Within Einstein's Special Theory of Relativity*, Almquist & Wiksell, Gothenburg, 1963; BONDI, H.: *Relativity and Common Sense*, Doubleday, Nueva York, 1964, pp. 117-118; BOHM, *o.c.*, cap. XXVI; SUPPES, P.: «Axioms for Relativistic Kinematics With or Without Parity» en HENKIN, L. *et al.*: *The Axiomatic Method*, North-Holland, Amsterdam, 1959.
12. Bondi denota la razón $t'/(t - d)$ por $k(v)$; de ahí el término de Bohm «K-cálculo». Törnebohm le llama el «conector señal».
13. MINKOWSKI, H.: «Space and Time» en SMART, J. J. C. (ed.): *Problems of Space and Time*, MacMillan, Nueva York, 1964; ver también SMART, J. J. C.: *Between Science and Philosophy*, Random House, Nueva York, 1968, pp. 218-236. (Trad. cast. «*Entre ciencia y filosofía*», Ed. Tecnos, Madrid, 1975.)

CAPITULO VI

LA TEORIA CAUSAL DEL TIEMPO Y DEL ESPACIO-TIEMPO

Como ya hemos apuntado, al final del siglo XIX el gran problema en la teoría del tiempo era el problema del orden temporal, el problema de ofrecer una teoría que presentara la base física de las relaciones temporales. La teoría del espacio tenía un problema similar, pero parecía razonable esperar que se podría precisar esa explicación sobre la base del comportamiento de los rayos de luz y de los cuerpos materiales, sólo con disponer, además del necesario esfuerzo, de una teoría precisa del orden temporal.

1. *LA FILOSOFIA DEL TIEMPO Y DEL ESPACIO EN EL SIGLO XX*

La irrupción de la teoría de la relatividad cambió drásticamente la concepción de estos problemas, pero al mismo tiempo proporcionó las claves —y el estímulo— necesarias para su solución. No podemos aspirar a referir en un breve capítulo toda la historia de la filosofía del tiempo y del espacio de nuestro siglo. En vez de ello, ofrecemos en este apartado un esbozo de los desarrollos más importantes, y en el resto del capítulo nos limitaremos a seguir una sola línea que lleva a una solución de estos problemas.

Uno de los primeros en intentar un análisis comprensivo de las relaciones temporales, espaciales y espaciotemporales dentro de la teoría de la relatividad especial fue Alfred A. Robb. Al mismo tiempo que Einstein y Robb, desarrollaba Whitehead una teoría comprensiva del tiempo y del espacio, que, sin embargo, discrepaba fundamentalmente de la crítica de la simultaneidad de Einstein. Russell había intentado un análisis lógico completo de los fundamentos de la física (clásica) en *The Principles of Mathematics* (1903, «Los principios de la matemática»). Su concepción del tiempo y del espacio tal como las desarrolla en ella es fundamentalmente newtoniana. Influenciado por Whitehead se convirtió a una teoría relacional del tiempo y del espacio y la presentó al público en *Our Knowledge of the External World* (1914; «Nuestro conocimiento del mundo exterior»). Whitehead publicó su propia teoría en tres volúmenes sobre filosofía de la naturaleza (1919-1922). Por esta época Whitehead había desarrollado una teoría de la relatividad alternativa de la de Einstein y que al parecer no entraba en conflicto con los datos observacionales.[1] Parece que Russell estaba más de acuerdo con Einstein; en cualquier caso, su análisis de la estructura espacio-temporal en *The Analysis of Matter* (1927; «El análisis de la materia») toca los fundamentos de la teoría de la relatividad de Einstein. Russell hace mención explícita de su deuda para con la obra de Robb.

Mientras en Inglaterra Robb, Whitehead y Russell estaban empeñados en un análisis filosófico y lógico de la teoría de la relatividad y de la estructura espacio-temporal, en el continente hacía lo propio la escuela del empirismo lógico (o positivismo lógico), que estaba creciendo con rapidez. Hemos de hacer especial mención de Moritz Schlick, Carnap, Reichenbach y Henryk Mehlberg. Los empiristas lógicos tienen la reputación de ser decididamente ahistóricos, pero no parece que en este caso se merezcan esta fama. Al igual que sus colegas ingleses, los empiristas lógicos estudiaron las obras de Poincaré y Einstein, y también las de Helmholtz y Mach. Reichenbach escribió un libro sobre la teoría del tiempo y del espacio de Kant —*Relativitätstheorie und Erkenntnis Apriori* (1920; «Teoría de la relatividad y conocimiento

a priori»)— y un artículo sobre la teoría de Leibniz y su disputa con los newtonianos.[2] Entre los positivistas lógicos se estudiaba ampliamente los escritos de Russell; Carnap cita la teoría de la estructura espacio-temporal de Whitehead en relación con una exposición de su propia teoría.[3] La obra enciclopédica de Mehlberg, *Essai sur la théorie causale du temps* (1935-1937), incluye prolijas discusiones acerca de Newton, Leibniz, Kant y Lechalas, y otros escritores posteriores.

Reichenbach fue el principal filósofo de la ciencia que escribió sobre la filosofía del tiempo y del espacio: *Axiomatik der relativistischen Raum-Zeit-Lehre* (1924; «Axiomática del espacio y tiempo relativistas»), *Philosophie der Raum-Zeit-Lehre* (1928; «Filosofía del espacio y tiempo»), y *The Direction of Time* (1956; «La dirección [el sentido] del tiempo»). Grünbaum continuó la obra de Reichenbach en *Philosophical Problems of Space and Time* (1963; «Problemas filosóficos del espacio y tiempo») y *Modern Science and Zeno's Paradoxes* (1967; «La ciencia moderna y las paradojas de Zenón»).

2. *LA TEORIA CAUSAL DEL ORDEN TEMPORAL DE REICHENBACH*

A grandes rasgos podemos distinguir entre una primera y una segunda formulación de la teoría de Reichenbach. Desarrolla la primera en *Axiomatik der relativistischen Raum-Zeit-Lehre* [4] y en *Philosophie der Raum-Zeit-Lehre*, y la segunda en la obra *The Direction of Time* publicada después de su muerte por María Reichenbach.

a) Primera formulación

Para definir el orden temporal de los acontecimientos, introdujo Reichenbach varias relaciones básicas entre los acontecimientos. La primera es la de *genidentidad: E* es genidéntico con *E'* si envuelven ambos al mismo objeto. La segunda es la de conexión causal *(causation)*. Por ejemplo, una señal

luminosa es una *cadena causal*, ya que en la terminología de Reichenbach la emisión de tal señal es una de las causas de sus eventuales reflexiones y de su absorción final; cada reflexión es también una de las causas de las reflexiones posteriores y de la absorción final.

En *Philosophie der Raum-Zeit-Lehre* introduce Reichenbach su teoría del orden temporal con este pasaje:

> *Si* E_2 *es el efecto de* E_1, *entonces se dice que* E_2 *es posterior a* E_1. Esta es la definición coordenadora topológica de orden temporal.[5]

Es claro que la sentencia subrayada no tiene la forma propia de una definición de «es posterior a». Ni tampoco habría de tenerla; es ciertamente posible que un acontecimiento E sea posterior a E_1 sin ser uno de sus efectos. Pero la definición vale para todos aquellos pares de acontecimientos entre los que se da una conexión causal, que pertenecen a la misma cadena causal. En la *Axiomatik* encontramos una definición más general, que dice

1) E_2 es posterior a E_1 si y sólo si es físicamente posible que haya una cadena $s_1, s_2, \ldots, s_k$ tal que para todo i, de 1 a $k - 1$, s_i es una causa de s_{i+1}; y tal que E_1 coincide con s_1 y E_2 con s_k.[6]

Esta definición general utiliza tres conceptos básicos: *conexión causal*, *coincidencia* y *posibilidad física*.

En este punto hemos de distinguir cuidadosamente dos sentidos de «coincide»:

a) coincidencia (espacial) entre cuerpos (el cuerpo A_1 coincide con el cuerpo A_2 en el tiempo t),

b) coincidencia (espaciotemporal) entre acontecimientos (el acontecimiento E_1 coincide con el acontecimiento E_2).

«Coincide» tiene en 1 el sentido *b*; así pues, uno de los conceptos básicos de Reichenbach es un concepto espaciotemporal. (Advirtamos que no se puede definir el sentido *b* a partir del sentido *a*.)

El empleo de «físicamente posible» se refiere al carácter limitador de la velocidad de la luz. Algunos pares de acontecimientos pertenecientes a líneas de universo diferentes no se pueden relacionar por una cadena causal, porque tal conexión equivaldría a decir que hay una señal más rápida que la luz. De ahí que la siguiente relación definida correlaciona sólo parcialmente el orden temporal de acontecimientos en líneas de universo diferentes:

2) E_1 y E_2 son *indeterminados en cuanto al orden temporal* si y sólo si ninguno de los dos es posterior al otro.

Hay, por tanto, como hemos visto en el capítulo V, una cierta arbitrariedad en la asignación de coordenadas temporales, incluso respecto al orden. Pero podemos sentar las condiciones exactas bajo las que una asignación de coordenadas refleja las relaciones topológicas inducidas por posibles conexiones por medio de cadenas causales:

3) Una asignación t de números reales a acontecimientos es una *asignación de coordenadas topológicamente admisible* si y sólo si

a) si E_1 y E_2 coinciden, $t(E_1) = t(E_2)$;
b) si E_2 es posterior a E_1, $t(E_1) < t(E_2)$.

Esto tiene como consecuencia que si E_1 y E_2 no coinciden, $t(E_1) = t(E_2)$ sólo si E_1 y E_2 son indeterminados en cuanto al orden temporal. Significa también que cualesquiera dos asignaciones posibles de coordenadas concordarán respecto al orden de acontecimientos en la misma línea de universo; al menos, Reichenbach supone que si E_1 y E_2 son genidénticos, entonces o bien coinciden o bien son causalmente enlazables. Notemos, por último, que Reichenbach está evidentemente suponiendo que el tiempo es topológicamente abierto, es decir, que no hay cadenas causales cerradas. Examina este presupuesto, y dice que está empíricamente bien confirmado, si bien no es lógicamente necesario.

Las principales críticas a esta teoría se centran en el uso que Reichenbach hace de la noción de *causa*. Después de

Hume, ningún filósofo puede permitirse utilizar acríticamente esta noción. Pero incluso si alguien comparte la opinión de que la noción de conexión causal es prefilosófica y que la cuestión no es si hay o no conexiones causales sino cómo se las puede describir correctamente, se halla Reichenbach ante un problema. Pues él se apoya explícitamente en la asimetría de tales conexiones, en la distinción entre causa y efecto. Si quiere decir, como Leibniz, que, por definición, el «anterior» de un par relacionado causalmente es la causa, entonces ha de dar un criterio para distinguir la causa del efecto.

Reichenbach reconoció este problema e intentó facilitar ese criterio. Le dio —se le suele llamar *método de la señal (mark method)*— esta formulación:

> *Si* E_1 *es la causa de* E_2, *entonces una pequeña variación* (una huella o marca) *en* E_1 *se asocia con una pequeña variación en* E_2, *mientras que pequeñas variaciones en* E_2 *no se asocian con variaciones en* E_1.[7]

Supongamos, por ejemplo, que tiro una piedra al otro lado de un riachuelo. Sea E_1 el acontecimiento de tirar la piedra y E_2 el acontecimiento de caer la piedra al otro lado del riachuelo. Si durante el acontecimiento E_1 marcamos la piedra con tiza, habrá una marca de tiza en la piedra en el acontecimiento E_2. Pero si marcamos la piedra con tiza durante E_2 no se sigue que aparezca una marca de tiza en la piedra durante E_1. De aquí podemos definir, por el criterio de Reichenbach, que E_1 es la causa y E_2 el efecto.

Mehlberg y Grünbaum hicieron una crítica amplia —y en mi opinión definitiva— del método de la marca.[8] Las críticas intentaban probar que en el método de la marca se hacía un uso tácito de conceptos de orden temporal. La más importante de estas críticas señala que el proceso de marcar utilizado ha de ser irreversible: si, por ejemplo, se puede borrar la tiza en algún punto en la trayectoria de la piedra que enlaza E_1 y E_2, el criterio no vale. ¿Pero cuándo es irreversible un proceso de marcar? Cuando no se puede destruir o borrar su efecto (la marca) sin destruir el objeto o darle al objeto alguna otra marca, lo que quiere decir que el objeto, después de haber sido marcado, no puede existir en el estado que precede al marcaje. Parece que no hay modo de distinguir los

procesos de marcar reversibles de los irreversibles sin acudir a la noción de *posterior a*, o a la de *temporalmente entre*, o a otra noción similar de orden temporal. Por tanto, no se puede usar el método de la marca en la definición o explicación del (conjunto del) orden temporal.

Si bien ésta es la crítica fundamental a la primera teoría de Reichenbach, es importante señalar también que el uso que en ella se hace de la noción de coincidencia espaciotemporal limita esa teoría. El objetivo declarado de Reichenbach era dar una explicación puramente causal o física del espaciotiempo; sin embargo, una de sus relaciones primitivas es una relación espacio-temporal.

b) Segunda formulación

En su última obra Reichenbach distinguió claramente entre orden temporal y anisotropía del tiempo (a la que llamó la «dirección» [sentido] del tiempo). Tenía, pues, que definir la relación *es posterior a* en términos de la relación «entre» temporal y de ciertas asimetrías factuales en las series (ordenadas según la relación «entre») actuales de acontecimientos. Al lector le resulta ya familiar este punto de vista porque lo hemos discutido en el capítulo III apartado 3.

Hemos de examinar, pues, la segunda exposición de Reichenbach (en *The Direction of Time*) de la relación «entre» temporal. Como antes, Reichenbach considera la genidentidad como una especie de conexión causal y califica de genidénticas entre sí a la emisión, absorción y reflexiones intermedias de una señal luminosa. Además de la genidentidad, es también una noción básica la de *coincidencia espacio-temporal aproximada*. Hay otras dos nociones básicas a las que hemos de dedicar una breve mención.

Fijándonos sólo en las relaciones (de señal) y de genidentidad (como opuestas a las conexiones causales en general), podemos introducir la noción derivada de *red causal*, llamada así porque se la puede describir como una red. Las líneas de la red representan cadenas de genidentidad, y los nudos,

coincidencias espacio-temporales entre acontecimientos. Como antes, Reichenbach dice que se pueden excluir, por razones empíricas, cadenas causales cerradas («viaje por el tiempo»). Es verdad que admite aquí la posibilidad de un tiempo cerrado, si bien esta posibilidad no queda reflejada en la formulación de la teoría.

Los acontecimientos en una línea de universo («cadena de genidentidad», «cadena causal») están ordenados por la relación de coincidencia aproximada. Si X es un acontecimiento en la línea de universo W, llamemos a U un *entorno* de X si U contiene a X y todos los miembros de U están en coincidencia aproximada con X. Si U_1, U_2, U_3 son entornos de X_1, X_2, X_3, y U_1 solapa a U_2, U_2 solapa a U_3 y U_3 no solapa a U_1, entonces X_2 está *entre* X_1 y X_3. Podemos llamar a esta relación entre X_1, X_2, X_3 —el tener entornos relacionados de esta manera— *relación «entre» local*. Se puede redefinir la relación «entre» simpliciter en la línea de universo a partir de la relación «entre» local.

Podemos encontrar también en un nudo casos de relación «entre» local, que correlacionan entre sí el orden en varias líneas de universo. La forma más fácil de usar la coincidencia aproximada para ordenar toda una red causal es simplemente asignar a cada acontecimiento X una coordenada $t(X)$ tal que

4) Si Y, y no Z, está en coincidencia aproximada con X, entonces $t(Y)$ estará numéricamente más cerca de $t(X)$ que $t(Z)$:

$$|t(X) - t(Y)| < |t(X) - t(Z)|$$

Se puede, pues, usar la relación «entre» entre coordenadas para definir la relación «entre» entre acontecimientos.

Pero esto deja entrever un problema importante, que conduce a la introducción de otra noción básica. Supongamos que de todos los acontecimientos en la línea de universo W sólo X está en coincidencia aproximada con algún acontecimiento (pongamos por caso X') en la línea de universo W' (véase la figura 6). En ese caso no tenemos medio de decidir, por el criterio anterior, entre estos dos grupos de asignación de coordenadas:

I)		II)	
$t(X) = t(X')$		$t(X) = t(X')$	
$t(Y) = t(Y')$		$t(Y) = t(Z')$	
$t(Z) = t(Z')$		$t(Z) = t(Y')$	

Tal como hemos hecho el dibujo parecería que la asignación I es correcta y la II no. Pero por lo que llevamos dicho de la exposición de Reichenbach no hay ninguna base objetiva para distinguir entre la situación representada y la posible situación alternativa en la que los procesos $Z'X'Y'$ y ZXY tienen «orientaciones opuestas». Reichenbach lo soluciona introduciendo el concepto de *comparabilidad local de orden temporal*. Sea cual fuere la reconstrucción exacta de este concepto, nos permite distinguir los dos tipos de situaciones representadas por las asignaciones de coordenadas I y II.

Con todo, ni aun así es suficiente el conjunto de nociones básicas. Pues si es simplemente *posible* que una línea de universo o cadena causal tenga algunos miembros (no coincidentes) que coincidan con X e Y, entonces X e Y están temporalmente separados. El mero hecho que *ahora* X e Y no están relacionados de ese modo no implica que sean indeterminados en cuanto al orden temporal; por ello han de ser *no relacionables*. Por tanto, Reichenbach introduce como última noción básica la de ser *posiblemente conectado* por una cadena causal (causalmente conectable).

Ciertamente la segunda teoría de Reichenbach mejora su teoría anterior. Podemos indicar, no obstante, algunos aspectos que no son del todo satisfactorios. Para empezar por el menos importante, la cuarta noción básica (conectabilidad causal) hace redundante la tercera (comparabilidad local). Para hacer ver que la situación es la que representa I y no II sería suficiente señalar, por ejemplo, que son causalmente conectables Y y Z', y no lo son Y e Y' (ver las líneas punteadas de la figura 6). Igual que a propósito de la primera teoría, podemos también indicar que se emplea una relación espacio-temporal irreductible (coincidencia espacio-temporal aproximada). Por último, la formulación que da Reichenbach a la teoría no se aplica directamente al caso del tiempo cerrado.

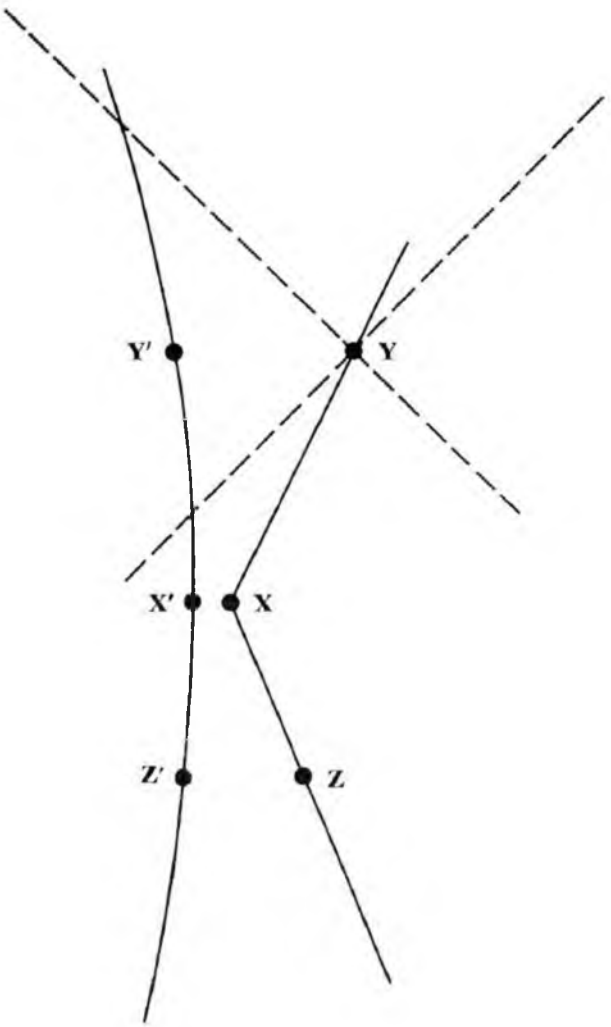

Figura 6

3. *LA TEORIA CAUSAL DEL ORDEN TEMPORAL DE GRÜNBAUM*

En su *Philosophical Problems of Space and Time* se decidió Grünbaum a tomar explícitamente en consideración la posibilidad de que el tiempo sea topológicamente cerrado.[9] Prescindió, además, de una noción primitiva de coincidencia espaciotemporal. Pero su formulación de la teoría tropezó con algunas dificultades, y propuso una nueva formulación en *Modern Science and Zeno's Paradoxes*.

a) Primera formulación

Las nociones básicas empleadas por Grünbaum en su primera exposición eran: *genidentidad, necesidad física* (o posibilidad física —estas dos nociones son interdefinibles—), y *conexión-k*. Dos acontecimientos están k-conectados si son genidénticos o son una emisión, absorción o reflexión de la misma señal luminosa; o si son coincidentes con dos acontecimientos relacionados de esta forma. (Advirtamos que la última aclaración es sólo un comentario heurístico; en la teoría misma, se definiría «coincidencia» a partir de la «conexión-k» y no viceversa). De modo que sus nociones básicas, si prescindimos de la terminología, son fundamentalmente las de Reichenbach (excepto la de «coincidencia»). La definición de Grünbaum de «topológicamente simultáneo» muestra que quiere decir exactamente lo mismo que Reichenbach con «indeterminado en cuanto al orden temporal».

5) Los acontecimientos X e Y son *topológicamente simultáneos* si y sólo si es físicamente necesario que X e Y no estén k-conectados.

Junto con estas semejanzas, nos encontramos con que Grünbaum ha adoptado también la estrategia fundamental de Reichenbach: definir el orden temporal en cada línea de universo por separado y correlacionar las ordenaciones separadas por medio de la simultaneidad topológica.

ahora que está dada la *ordenación espacial* de acontecimientos.[11] En el contexto de la relatividad especial, se puede interpretar que es el espacio de algún sistema de referencia inercial.

Usaremos la notación «*dn*(*E X E′ F*)» para «*X* y *F* separan temporalmente a *E′* y *E*». La definición tiene dos pasos. Sean *E*, *X*, *E′* y *F* acontecimientos distintos en una línea de universo *W* *que espacialmente no se corta a sí misma.*

7) El conjunto *K* de acontecimientos en una línea de universo *W* *k*-conecta continuamente a *E* y *E′* si y sólo si

a) *E* y *E′* pertenecen a *K*, y
b) las posiciones espaciales de los miembros de *K* forman un continuo.

8) *dn*(*E X E′ F*) si y sólo si toda clase *K* que *k*-conecta continuamente a *E* y *E′* en *W* es tal que o *X* o *F* pertenece a *K*.

Esto da el orden temporal en líneas de universo que no se entrecortan espacialmente; la relación de simultaneidad topológica puede servir después para «transportar» este orden a otras líneas de universo.

Esta revisión suprime ciertamente la última dificultad a la teoría causal del orden temporal. Sin embargo, hay que conceder que se ha hecho a costa de suponer como dada una cierta ordenación espacial de los acontecimientos. No hay, que nosotros sepamos, ninguna explicación independiente de este orden espacial que se pudiera utilizar para ampliar esta teoría del orden temporal a una teoría causal completa del orden espacio-temporal. Así pues, se ha renunciado aquí a la esperanza de una explicación completa del espacio-tiempo en términos de relaciones físicas entre acontecimientos.

Una teoría del tiempo no tiene por qué ser también una teoría del espacio o del espacio-tiempo. Así pues, no se puede objetar a la exposición del orden temporal de Grünbaum que recurra a las relaciones espaciales entre acontecimientos (sobre todo teniendo en cuenta que se da en el contexto de

una discusión de las paradojas de Zenón, y que la exposición publicada no pretende presentar una teoría comprensiva del orden temporal, sino tan sólo de la compacidad de dicho orden). Con todo vamos a ver en el apartado 4 que la teoría admite una simplificación significativa y que, en esa forma simplificada, ya no se apoya en ningún concepto puramente espacial o espaciotemporal.

4. *EXPOSICION SISTEMATICA DE LA TEORIA CAUSAL DEL ORDEN TEMPORAL*

En las formulaciones de la teoría del orden temporal de Reichenbach y Grünbaum podemos descubrir una misma estrategia básica. Esta estrategia consiste en explicar *primero* el orden temporal de los acontecimientos en una única línea de universo y en explicar *después* el orden temporal de todos los acontecimientos por la correlación de las líneas de universo (por medio de la relación de conectabilidad causal). Si queremos abarcar el caso de un universo en el que sólo existe un perdurante —en este caso sólo habría una línea de universo—, esta estrategia es la única posible. Pero de hecho no es esencial para los objetivos de una teoría del tiempo el abarcar este caso.

Esto sugiere una estrategia alternativa: explicar el orden temporal de los acontecimientos en cualquier línea de universo (en parte) por sus relaciones con acontecimientos en otras líneas de universo.[12] Esta es la estrategia que adoptaremos aquí; lleva a una simplificación fundamental de la teoría. Los términos primitivos que vamos a necesitar son comunes a todas las formulaciones que hemos examinado hasta ahora: acontecimiento, genidentidad y conectabilidad causal. Como antes, nos limitaremos a acontecimientos que envuelven un solo cuerpo. No consideraremos como cuerpo a la señal luminosa; su emisión y absorción están causalmente relacionados, pero en nuestro sentido no son genidénticas entre sí.

Como hemos hecho al exponer las formulaciones de la teoría de Reichenbach y Grünbaum, empezaremos dando

definiciones. El lector está ya familiarizado con la noción de presupuestos de una definición; verá que nuestros postulados son postulados de adecuación de nuestras definiciones, y se pretende que garanticen estos presupuestos.

Postulado I: La genidentidad es una relación de equivalencia (binaria; reflexiva, simétrica y transitiva) entre acontecimientos.

Definición 1: Una *línea de universo* es una clase W de acontecimientos, dos cualesquiera de los cuales son genidénticos entre sí, de manera que cualquier acontecimiento que no esté en W no es genidéntico con ningún miembro de W.

Llamamos aquí *binaria* a una relación entre acontecimientos si siempre relaciona un par de acontecimientos; *reflexiva* si cada acontecimiento tiene la relación consigo mismo; *simétrica* si satisface a:

> Si X tiene la relación con Y, entonces Y tiene la relación con X,

y *transitiva* si satisface a:

> Si X tiene la relación con Y, e Y la tiene con Z, entonces X tiene la relación con Z.

Notemos que el postulado I implica que cada acontecimiento pertenece a una y sólo una línea de universo.

Postulado II: Hay al menos dos líneas de universo recíprocamente disjuntas.

Los dos postulados siguientes se refieren a conectabilidad causal, noción que hemos descrito explícitamente en el apartado 3a, usando los términos de Grünbaum «conexión-k» y «físicamente posible». (La única diferencia es lingüística: en nuestra formulación «causalmente conectable» no es un predicado definido o compuesto sino un predicado simple).

Postulado III: La conectabilidad causal es una relación entre acontecimientos binaria, reflexiva y simétrica.

Postulado IV: Si dos acontecimientos son genidénticos, entonces son causalmente conectables.

Los postulados III y IV tratan sobre todo de explicitar nuestro uso de los términos. La teoría no se tambalearía si decidiéramos usar «conectabilidad causal» para denotar una relación disjunta de identidad y genidentidad; nuestro uso actual sería aún definible como la disyunción «conectable causalmente o idéntico o genidéntico». Pero sea cual fuere el uso que se adopte, hay que explicitarlo.

Definición 2: Dos acontecimientos son *topológicamente simultáneos* si y sólo si no son causalmente conectables.

Definición 3: Dos acontecimientos son *coincidentes* si y sólo si: un acontecimiento es causalmente conectable con uno si y sólo si es causalmente conectable con el otro.

Notemos que la coincidencia no implica genidentidad; en última instancia, dos cuerpos podrían tocarse. Podemos advertir también que, en nuestro uso, la coincidencia no implica simultaneidad topológica; no obstante, este uso es también una cuestión de elección de convención lingüística.

Introduciremos ahora una ficción útil: todo cuerpo existe, y ha existido, tanto como todos los otros (por tanto, «tanto como el tiempo», o, al menos, tanto como el universo).

Postulado V: Si el acontecimiento E no está en la línea de universo W, entonces W contiene acontecimientos E' y E'' tales que E y E' son topológicamente simultáneos y E y E'' son causalmente conectables.

Prescindir de esta idealización complicaría un tanto nuestra teoría, pero no de manera esencial.

Por los anteriores postulados y definiciones, la clase de *acontecimientos en W que son topológicamente simultáneos*

con E no es vacía precisamente cuando E es un acontecimiento que no está en la línea de universo W. Este es un tipo de clase muy importante: la llamaremos *clase de simultaneidad* (de E en W).

Definición 4: La *clase de simultaneidad de E en W* —en símbolos, «Sim $W(E)$»— es la clase de todos los acontecimientos en W que son topológicamente simultáneos con E.

El postulado V dice, pues, que cada línea de universo está enteramente cubierta por clases de simultaneidad. Este postulado nos ayuda a definir una parte continua de una línea de universo.

Definición 5: La clase de *partes continuas* de una línea de universo W es el conjunto más pequeño de partes de W tal que se cumple lo siguiente:

a) Si E no está en W, Sim $W(E)$ es una parte continua de W;

b) Si X_1 y X_2 son partes continuas de W y se solapan, entonces la parte común a ambos es una parte continua de W;

c) Si X_1 y X_2 son partes continuas de W y se solapan, entonces su unión es una parte continua de W.

El postulado siguiente está motivado por la consideración de que concebimos que las líneas de universo no contienen vacíos temporales.

Postulado VI: Si E y E' son acontecimientos en la línea de universo W, entonces hay una parte continua de W, P, a la que pertenecen tanto E como E' (P «conecta» E y E').

Podemos definir ahora la separación de pares temporal en una línea de universo de la manera que lo hace Grünbaum en su segunda formulación de la teoría.

Definición 6: Si los acontecimientos E, X, E', e Y pertenecen todos a la línea de universo W, entonces X e Y *separan temporalmente a E y E'* —en símbolos, $S(X,Y/E,E')$— *en W*

si y sólo si toda parte continua de W que conecta E y E' contiene a X o Y.

En este punto hemos de decir algo acerca de la posibilidad de que el tiempo sea cerrado.[13] A primera vista, si el tiempo es cerrado dos acontecimientos cualesquiera son causalmente conectables, pues parece que podríamos enviar una señal tan lenta que fuera todo el trayecto «rodeando el tiempo» antes de llegar a su destino. En este trayecto podríamos tener una señal luminosa que fuera de A a A' y volviera (emisión E, reflexión R, absorción F) y una señal lenta emitida desde A' en coincidencia con R, pero que llegara localmente entre E y F.

Tenemos dos soluciones alternativas: podemos admitir que es así o podemos mostrar por qué podemos aceptar que está eliminada (como lo hace el postulado V). En el primer caso la situación es muy similar a la del espacio abierto *sin* el supuesto de que nada pueda ser más rápido que la luz. Desde un punto de vista lógico, este problema es bien interesante, pero no nos inclinamos a tenerlo en cuenta, ya que la física contemporánea tiene este presupuesto. Si intentamos establecer este presupuesto en términos no métricos, llegamos a un principio que elimina la dificultad expuesta en el párrafo anterior. Vamos a enunciar el presupuesto de que la luz presenta una velocidad límite para las señales, primero en términos de *anterior a*, luego en términos de *entre*, y por fin en términos de *separación de pares*.

> *anterior a.* Si la emisión desde A de una señal luminosa coincide con la emisión desde A de alguna otra señal, entonces la llegada de la señal luminosa a A' es anterior a la llegada de esa otra señal a A'.
> *entre.* Si una señal luminosa va de A a A' y vuelve, y alguna otra señal entre A y A' tiene un término que coincide con la reflexión de esta señal luminosa, entonces su otro término no está entre la emisión y absorción de la señal luminosa.
> *separación de pares.* Si una señal luminosa va de A a A' y vuelve, y otras dos señales tienen términos coincidentes con la reflexión de esta señal luminosa, en-

tonces sus otros términos no separan la emisión y absorción de la señal luminosa.

La última formulación excluye la posibilidad de ir todo el trayecto «rodeando el tiempo» de tal manera que una cosa o señal existiría en dos lugares a un tiempo o establecería una conexión de señal «más rápida» que la luz.

Es conveniente empezar ahora a formular nuestras ideas en términos de coordenadas. Dejaremos abierta la posibilidad del tiempo abierto y la del tiempo cerrado. Pero no admitiremos posibilidades tales como que existan «viajes por el tiempo» o que el tiempo tenga la estructura topológica de la figura en forma de ocho.

Definición 7: Una función t es una *asignación de coordenadas temporales (topológicamente) admisible* si y sólo si

a) t aplica todos los acontecimientos o bien en el conjunto de los números reales o bien en el conjunto de los números reales ampliado;

b) si E, X, E' e Y pertenecen a la misma línea de universo W, entonces $t(X)$ y $t(Y)$ separan numéricamente a $t(E)$ y $t(E')$ si y sólo si X e Y separan temporalmente a E y E' en W;

c) si E y E' coinciden, entonces $t(E) = t(E')$;

d) si E y E' no coinciden, entonces $t(E) = t(E')$ sólo si E y E' son topológicamente simultáneos.

(Decir que t aplica todos los acontecimientos *en* los números reales quiere decir que cada número real es la coordenada de algún acontecimiento. Evidentemente estamos haciendo uso de la idealización (o supuesto) de *acontecimientos-punto*, acontecimientos que «no duran más que un instante».) Las cláusulas *a-d* agotan las condiciones que podemos poner en tales asignaciones de coordenadas de conformidad con la discusión precedente. Mas ¿qué pasa si los hechos son tales que no hay ninguna asignación de coordenadas temporales admisible en el sentido de la definición anterior? Esta cuestión hace necesario otro postulado de adecuación más. Usaremos un postulado potente, que tiene también otras consecuencias importantes.

Postulado VII: O bien todas las asignaciones admisibles de coordenadas temporales aplican todos los acontecimientos en el conjunto de los números reales *o bien* todas las asignaciones admisibles de coordenadas temporales aplican todos los acontecimientos en el conjunto de los números reales ampliado, *pero no ambas*.

El lector con formación lógica advertirá que este postulado implica que hay al menos una asignación de coordenadas temporales admisible en el sentido definido (de no ser así, ambos miembros de la disyunción serían verdaderos). Implica también que cada línea de universo es topológicamente abierta o topológicamente cerrada y que no tiene la estructura topológica de una figura en forma de ocho: por ejemplo, si W tiene la figura de ocho no sucede que para todo x,y,z, y w en W o $S(x,y/z,w)$ o $S(x,w/z,y)$ o $S(x,z/w,y)$ —que es una propiedad de la separación de pares numérica. Por último, este postulado excluye la posibilidad aberrante de que algunas líneas de universo sean abiertas y algunas cerradas. (Se puede considerar la última consecuencia como parte de nuestra ficción de que toda línea de universo dura «tanto como el mundo».)

5. *AMPLIACION A UNA TEORIA DEL ESPACIO-TIEMPO*

Nos volvemos a ocupar en este apartado de la introducción de la métrica del tiempo y de las relaciones espaciales. En esta materia es bien poco lo que la filosofía puede aportar fuera de aclarar los fundamentos de la teoría de la relatividad referidos en el capítulo V. Lo que se necesita es una exposición de cómo se puede pasar de la teoría causal del orden temporal a la teoría del espacio-tiempo implícita en la teoría de la relatividad.

En la teoría de la relatividad especial tienen un «status» especial cierta clase de sistemas físicos: los sistemas inerciales. Llamaremos *reloj inercial* a un reloj unido rígida-

mente a un sistema inercial —o si *es* un sistema inercial. ¿Qué es un reloj patrón? En principio se puede escoger como relojes patrón cualquier familia de relojes que sean equivalentes entre sí en el sentido de Poincaré. Pero este criterio nos puede dejar ante varios candidatos a este «status».[14] En la práctica se suele considerar relojes patrón a los llamados «relojes mecánicos»: simples osciladores armónicos.[15] Exigimos, además, que sean relojes inerciales.

Un reloj patrón mide intervalos de espacio-tiempo a lo largo de su propia línea de universo; si tomamos su posición como origen espacial del sistema de referencia, mide intervalos de tiempo a lo largo de su propia línea de universo. Esto no es tanto un hecho cuanto una estipulación (en parte) de la métrica del tiempo que vamos a aceptar, tal como, por supuesto, se hace en la teoría de la relatividad especial.

Para precisar: sea C un reloj patrón, y X e Y acontecimientos en la línea de universo de C. Emplearemos «$C(X)$», «$C(Y)$» para denotar las lecturas de C coincidentes con X e Y, respectivamente. Podemos enunciar nuestra estipulación de la siguiente manera: t es una *asignación de coordenadas temporales determinada por* C sólo si $t(X) = C(X) + k$ para todos los acontecimientos X en la línea de universo de C, siendo k una constante.

Si Z es un acontecimiento que no está en la línea de universo de C, ¿qué condiciones habríamos de poner en $t(Z)$? Nos servimos de la convención de Einstein discutida en el capítulo V. Si W es la línea de universo de C, consideraremos la clase de números $t(X)$ para los acontecimientos X que pertenecen a Sim $W(Z)$. Estos forman un intervalo abierto (t_1, t_2) de números reales. Y estipulamos

$$t(Z) = t_1 + \frac{t_2 - t_1}{2}$$

siendo $t_1 < t_2$ (que es precisamente la razón de elegir los nombres «t_1» y «t_2»).

Definimos ahora una *asignación de coordenadas temporales métricamente admisible* como aquella asignación topológicamente admisible que está determinada por algún reloj patrón C. Con esto concluye la tarea de introducir una mé-

trica temporal. Pero una asignación de coordenadas temporales métricamente admisible constituye aún sólo una parte de un sistema de referencia inercial. En tales sistemas, todo acontecimiento tiene, además de una coordenada de tiempo, coordenadas espaciales.

Entre acontecimientos que suceden al mismo tiempo se dan relaciones espaciales. La teoría de la relatividad especial postula que la geometría euclidiana describe correctamente estas relaciones entre todos los acontecimientos que suceden en un tiempo dado. En segundo lugar, se puede axiomatizar la geometría euclidiana valiéndose de la noción de *distancia* como único término primitivo (véase capítulo IV, apartado 2d). No nos queda, pues, más que definir ahora la distancia entre dos acontecimientos que suceden en el mismo tiempo; esta última característica significa: dos acontecimientos a los que se les ha asignado la misma coordenada temporal. Ahora bien, si ambos pertenecen a la misma línea de universo, la distancia entre ellos es O. Si no pertenecen a la misma línea de universo, definiremos la distancia entre ellos (como en el capítulo V) diciendo que en un sistema inercial se establece arbitrariamente que la velocidad de la luz es igual a uno.

Para decirlo con precisión, vamos a describir las condiciones bajo las cuales se llamará una asignación F de coordenadas espaciales y temporales un *sistema de referencia* (determinado por un reloj dado C).

Primero, sea t la asignación métricamente admisible de coordenadas temporales determinada por C. Por tanto, la coordenada temporal de un acontecimiento X en F es $t(X)$. Segundo, todo acontecimiento en la línea de universo W de C tiene (0,0,0) como coordenadas espaciales. Tercero, si X e Y tienen como coordenadas espaciales (x,y,z) y (x',y',z') la distancia espacial en F entre ellos es

$$\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}$$

y hemos de fijar condiciones adicionales a esta magnitud.

Primero, si Y está en la línea de universo de C y X no, entonces $(x',y',z')=(0,0,0)$ y la distancia entre Y y X en F, es decir, $\sqrt{x^2+y^2+z^2}$, será igual a $(1/2)\,|\,t_2-t_1\,|$, forman-

do las coordenadas temporales de los acontecimientos en Sim $W(X)$ el intervalo (t_1, t_2).

Segundo, sea W' una línea de universo de un reloj patrón cuya distancia a W es constante y esté X en W' pero Y no. En ese caso la distancia entre X e Y en F es $(1/2)\,|t_2 - t_1|$, formando las coordenadas temporales de los acontecimientos en Sim $W'(Y)$ el intervalo (t_1, t_2). No hemos definido todavía todas las distancias, ya que no todo sitio es el lugar de un reloj patrón. Pero lo más que podemos hacer es exigir que la métrica espacial satisfaga esta condición. (Esto es todo lo que puede querer decir la idealización habitual de suponer que todo lugar tiene un reloj unido a él.)

Para completar nuestra tarea postularíamos ahora que esta condición permite que las distancias satisfagan los postulados relevantes de la geometría euclidiana, y estipularíamos luego que F es un *sistema de referencia inercial* si, además, *se satisfacen* estos postulados.

Es fácil ver que al elegir una familia de relojes patrón elegimos también una «dirección del tiempo» [sentido temporal]: dos cualesquiera de estos relojes «marchan en la misma dirección» [sentido], ya que de no ser así no podrían ser equivalentes en el sentido de Poincaré. Hemos de añadir el postulado de duración, y hemos de postular también que cada reloj patrón tiene en cada sistema de referencia una velocidad constante. Esto implica que los puntos en la línea de universo de un reloj inercial están en la misma línea recta en cualquier sistema. La importancia de esto radica en que si C' es un reloj inercial que no está en reposo en F, basta una transformación euclídea de las coordenadas espaciales en F para hacer coincidir al eje de las X de F con la línea de movimiento de C'. Esto es un preámbulo necesario para la deducción de las transformaciones de Lorentz de la forma en que se ha hecho en el capítulo V, apartado 5. Aquella deducción se refiere a un caso sencillo. Pero siempre podemos obtener este caso sencillo mediante una transformación euclídea de las coordenadas temporales («volviendo a poner el reloj»). Para abreviar llamaremos euclídea al conjunto de esta transformación.

Hemos de tener muy claro qué es exactamente lo que está establecido de este modo y qué nos proponemos aceptar como convención. Primero, si dos sistemas están determinados por los relojes C y C', tales que C' está en reposo en el sistema determinado por C, entonces un cálculo sencillo, a partir del postulado de duración, muestra que las coordenadas de los acontecimientos actuales en el sistema determinado por C' resultan de las que tienen en el sistema determinado por C mediante una transformación euclídea. Segundo, supongamos que C' está en movimiento en el sistema C. En ese caso, los cálculos del capítulo V, apartado 5, muestran que las coordenadas de los acontecimientos actuales en el sistema determinado por C' resultan de las coordenadas que estos acontecimientos tienen en el sistema determinado por C por medio de transformaciones euclídeas y transformaciones de Lorentz.

Tomamos estos resultados como la razón para definir que un sistema de referencia admisible es el que está determinado por un reloj patrón (inercial) o el que se sigue de tal sistema por medio de transformaciones euclídeas y/o de Lorentz. Esto es, en parte, convencional, ya que no todo lugar está equipado con un reloj patrón. Pero se ha mostrado que se satisface el presupuesto factual objetivo: que las coordenadas de acontecimientos actuales en sistemas determinados por relojes patrón están relacionados así.

No es, pues, infundado afirmar que la teoría causal del tiempo ofrece una fundamentación de la teoría de la relatividad especial, en el sentido de que se puede ampliar axiomáticamente a una teoría completa del espacio-tiempo de la relatividad especial.[16]

6. *EL PAPEL DE LOS CONCEPTOS DE IDEALIZACION Y DE MODELO*

a) Partículas y acontecimientos puntuales

Cuando decimos que la posición de un cuerpo o de un acontecimiento en el espacio está representada por tres números reales (x,y,z), o que la posición en el tiempo está repre-

sentada por un sólo número real t, evidentemente estamos idealizando. Pues un cuerpo real tiene un volumen finito determinado, de modo que no se localiza en un punto sino en una región tridimensional del espacio. Análogamente, los ejemplos corrientes de estados y acontecimientos duran una determinada cantidad finita de tiempo; su localización en el tiempo está representada por un intervalo finito sobre la recta real.

¿Cuál es, pues, la relevancia de una teoría que trata de cuerpos (partículas) y acontecimientos *puntuales*? (Evidentemente se puede hacer la misma pregunta en la mecánica de partículas y en la óptica geométrica.) La respuesta tiene dos partes; ambas son variaciones sobre el mismo tema: tratamos con un *modelo* de la materia que estudiamos, y éste es un método adecuado de investigación.

Respondemos en la primera parte que podemos *aproximarnos* a un problema, pongamos por caso, sobre movimiento de cuerpos reales, estudiando un problema análogo de partículas-punto. Por ejemplo, podemos hacernos una idea aproximada de los movimientos de la Luna y de la Tierra utilizando un modelo de dos partículas-punto m_1 y m_2 tal que m_1 tiene la misma masa que la Luna y está situada en el centro de la Luna y m_2 representa a la Tierra de forma análoga.

En la segunda parte respondemos que se puede tratar con toda precisión (sin aproximación) un problema, pongamos por caso, acerca del movimiento de un cuerpo real, *considerando* al cuerpo como un sistema infinito de partículas-punto de configuración constante que ocupa el mismo volumen que el cuerpo. Las leyes que rigen tal sistema son deducibles a partir de las leyes que rigen las partículas individuales y las relaciones entre estas partículas.

En otras palabras, la idealización que supone limitarnos en la mecánica a partículas-punto no es sino un método empleado para llegar a (lo que afirmamos que es) un modelo adecuado del comportamiento de los cuerpos reales y, *mutatis mutandis*, de los acontecimientos.

En esta respuesta tal como está formulada hay demasiadas cosas que dependen de la relación entre modelo y realidad para que satisfaga al filósofo. Es preciso apuntalarla con una discusión concienzuda de la relación en cuestión y del empleo

y papel de los modelos. Pero en relación con estos recelos hay que decir que tocan un problema general, que no es en absoluto peculiar y privativo de la filosofía del tiempo y del espacio. En este sentido nos podemos sentir tranquilos al hacer uso de estas idealizaciones.

¿Podríamos haber desarrollado la teoría del tiempo sobre la premisa, pongamos por caso, de que todos los acontecimientos tienen duración finita? Una asignación de coordenadas admisible tendría entonces que asignar a los acontecimientos un intervalo finito de coordenadas. Whitehead y Russell enfocaron y trataron el tema de este modo. Pero postularon que toda parte finita de un acontecimiento es un acontecimiento, y que una suma de acontecimientos que se tocan es un acontecimiento, además de otros muchos hechos sobre la cardinalidad y distribución de acontecimientos.[17] En mi opinión estos postulados no son más plausibles que el postulado de que todo acontecimiento se compone de acontecimientos puntuales. (El último postulado resolvería inmediatamente el problema de cómo se relaciona el modelo acontecimiento-punto con los acontecimientos reales.) En estas circunstancias prefiero utilizar el modelo puntual y dejar pendiente la cuestión de su relación con los acontecimientos reales.[18]

b) Axiomatización y explicación

En nuestra versión final de la teoría causal del tiempo, el único concepto primitivo añadido al entramado de objetos y acontecimientos es el de *conectabilidad causal*. Según nuestra teoría, esta relación es equivalente a cierta relación espaciotemporal entre acontecimientos, en el sentido de que 9 es un teorema:

9) X es causalmente conectable con Y si y sólo si X e Y o bien coinciden espaciotemporalmente o bien están temporalmente separados.*

---

* Elegimos la conectabilidad causal y no la simultaneidad topológica para contener la relación de coincidencia; evidentemente esto no es esencial, pero es una convención útil.

A causa de esto nos hemos de defender contra la acusación de que la teoría causal del tiempo y del espacio es trivial, ya que no hace sino dar un nombre nuevo («causalmente conectable») a la relación espaciotemporal descrita en 9.

¿Qué implica esta crítica? Si es correcta, viene a decir que puede que hayamos conseguido desarrollar una teoría *relacional* pero no una teoría *causal* del espacio-tiempo. Pues no hemos postulado la existencia de un tiempo absoluto o de instantes, y la teoría causal va más allá de la teoría relacional precisamente al pretender que todas las relaciones espaciotemporales se pueden definir en términos de relaciones físicas. Y no importa qué realidad les atribuyamos, las relaciones físicas no son específicamente temporales o espaciales.

Ahora bien, «*X* e *Y* son causalmente conectables» significa «es físicamente posible que exista una conexión causal entre *X* e *Y*». Por consiguiente, habremos de examinar tanto la noción de posibilidad física como la noción de conexión causal. Dejaremos la primera para el apartado 6c, y vamos a considerar ahora la segunda.

Dada la crítica demoledora a que los filósofos modernos han sometido las nociones de causalidad, puede parecer que no es una tarea fácil probar que «conectado causalmente» expresa una relación física. Y ciertamente estaríamos en un aprieto si tuviéramos que ofrecer una explicación general de la noción de relación física a lo largo de esa argumentación. Pero creo que la situación es algo menos peligrosa. Pues en la teoría causal del espacio-tiempo, el término «causalmente conectado» tiene un uso muy restringido. Su uso no implica ninguna noción general de causalidad; se usa «*X* está causalmente conectado con *Y*» como equivalente de: «O *X* e *Y* pertenecen a la historia de un mismo objeto o pertenecen a la historia de una misma señal, o coinciden con un par de acontecimientos que tienen esa conexión». Me parece que la genidentidad y la conexión de señal son relaciones demasiado fundamentales en el esquema conceptual de la física y demasiado empíricas en su significatividad como para negarles el «status» de relaciones físicas incluso en ausencia de criterios necesarios y suficientes para la aplicabilidad del termino «relación física». De aquí sacamos la siguiente conclusión: «conec-

tado causalmente», y por tanto, «conectable causalmente» tienen un significado que no es específicamente espacio-temporal. Por consiguiente no somos culpables del juego de prestidigitación de desarrollar una teoría causal del tiempo dando un nombre nuevo a una relación básica espacio-temporal.

Pero hemos de hacer frente a otra crítica: «conectado causalmente» no significa simplemente «genidéntico o en conexión de señal»; se aplica también a pares de acontecimientos que coinciden espaciotemporalmente con otro par de acontecimientos que tienen esa conexión. De ahí que parte del significado de «causalmente conectable» sea puramente espaciotemporal. Respondemos a esto diciendo que dichas equivalencias valen dentro del contexto de nuestra teoría, en la que se define «coincidente» a partir de la conectabilidad causal. Pero puede que alguien replique: de cualquier manera que usted define las nociones, no se puede dar el significado de «conectabilidad causal» sin hacer uso de términos espacio-temporales.

Es éste un tipo muy antiguo de argumentación: en substancia es el argumento de Kant contra Leibniz, que ya hemos discutido en el capítulo II, apartados 3b y 3c (I). Nuestra posición en este punto es que dentro del lenguaje natural no hay ninguna jerarquía definidor-definido y que no existe algo así como «el» significado de un término, aunque haya relaciones de significado (inclusión, equivalencia) entre términos. Dentro de una formulación concreta algunos términos son definidos y otros son primitivos o no definidos, pero el «status» de ser definido no es invariante bajo traducciones a otras formulaciones de la misma teoría. La pretensión de la teoría causal del tiempo no es que los términos espaciotemporales son *definidos*, sino que son *definibles* a partir de la conectabilidad causal. (Y la conectabilidad causal es definible a partir de la coincidencia espaciotemporal más otras nociones; esto no lo niega nadie.) Las formulaciones de las teorías son, en cierto sentido, artificiales, puesto que se basan en la elección de términos primitivos (y de axiomas), elección que es, en parte, arbitraria. Pero un diccionario (de inglés, de castellano)

es circular y habrá de serlo, pues en los lenguajes naturales no hay jerarquías intrínsecas de definiciones.

¿Cuál es, pues, el «status» de 9? Es una equivalencia que se sigue de las definiciones de nuestra teoría, pero es más que eso. Independientemente de cómo elegimos nuestras definiciones, 9 será deducible como teorema (con la precisión dada a pie de página), es decir, aceptamos a 9 como uno de los *criterios* de *adecuación* de *cualquier* formulación de la teoría. Nuestra adhesión a 9 es un compromiso lingüístico, basado en nuestra aceptación de las tesis fundamentales de la teoría causal del espacio-tiempo, que trasciende la adhesión a cualquier versión particular de esta teoría.

c) *Conectabilidad causal y espacio-tiempo*

Se dice que «conectabilidad causal» es un término *modal* porque expresa una posibilidad (de conexión actual). «Conectado causalmente» es el correspondiente término no modal. La razón de emplear el término modal es sencilla: las dificultades, a lo que parece insuperables, de afrontar el problema satisfactoriamente con términos no modales. El punto esencial se reduce a que es puramente contingente que haya alguna conexión de señal o de genidentidad en una parte del universo. Se podría postular que hay suficientes conexiones de esas para definir el orden temporal de todos los acontecimientos (dadas, hay que suponerlo, algunas otras relaciones). Y una teoría física aceptada podría hacer plausible este postulado. Sin embargo, en una teoría filosófica se prefiere hacer las menos suposiciones empíricas posibles.[19]

Pero la significación de los términos modales en sí mismos requiere una explicación filosófica; en esto se suele estar de acuerdo. Si decimos que «*X* e *Y* son causalmente conectables» es equivalente a «es físicamente posible que exista una conexión causal entre *X* y *Y*», se nos va a pedir una explicación de *posibilidad física*, y no podemos eludir la petición.

Pero aquí estamos en apuros. Pues los ensayos de explicación de la posibilidad física siguen esta línea: algo es físicamente posible precisamente si no lo excluyen las leyes físicas.

Y el único medio de que disponen las leyes físicas para excluir que la emisión y absorción de una señal coincida con *X* e *Y* respectivamente se basa en las posiciones espacio-temporales relativas de *X* e *Y* —o así lo parecería.

En realidad, nos hallamos ante un condicional contrafáctico:

> *X* es causalmente conectable con *Y* si y sólo si una señal emitida en coincidencia con *X llegara* en coincidencia con *Y*, o viceversa.

En otras palabras, hemos vuelto a topar con un problema general (el problema de los contrafácticos) que trasciende los problemas peculiares del espacio y el tiempo. Pero sobre este problema algunos filósofos han tomado la actitud de eliminar de las exposiciones filosóficas todos los giros modales y las conectivas contrafácticas («posiblemente», «si sucediera»). ¿No estamos flirteando con el peligro de violar las normas filosóficas de claridad al emplear el término «conectable»?

A modo de respuesta podemos señalar en primer lugar que son muchos los filósofos que sostienen que el discurso modal corriente es tan inteligible como cualquier otro (sin negar por ello, naturalmente, lo deseable que es una explicación de los mismos). Segundo, nos podemos remitir a los escritos de uno de los principales críticos del discurso modal, W. V. O. Quine, para mostrar que ciertamente no estamos violando sus normas. Quine exige que el lenguaje de la ciencia o de la filosofía contenga sólo las palabras-standard de la lógica y de la matemática, más un conjunto de predicados no lógicos (que corresponde a la forma castellana de «es» seguido de un adjetivo, o «es un» seguido de un nombre), y *ningún* giro modal, ningún contrafáctico «si ... entonces», etc. Con todo, para nuestro propósito el pasaje crucial es el siguiente:

> Lo dicho en los últimos párrafos muestra no sólo que el condicional subjuntivo (es decir, contrafáctico) carece de lugar en una austera notación canónica para la ciencia, sino también que su destierro es menos restrictivo de lo que puede parecer a primera vista. Podemos seguir contando, uno por uno, con todos los términos gene-

rales que queramos, por subjuntiva o disposicional que sea su explicación.[20]

En otras palabras, la exigencia de austeridad de Quine no excluye nuestro uso de «conectable» con tal que no usemos su equivalente más amplio «posiblemente conectado» (excepto en comentarios informales). En este punto podemos complacerle, y nos alegramos de hacerlo. Sospecho que la imposibilidad de distinguir entre términos verdaderamente modales y términos de significado equivalente al de algunas construcciones modales indujo a Quine a hacer esta concesión. Alguien menos comprometido con la austeridad, o más impresionado por los recursos del lenguaje natural, puede que hubiera renunciado a toda oposición al uso de las construcciones modales en ese momento (aunque, naturalmente, no a la esperanza de explicarlas).

Parece, por consiguiente, que la teoría causal del tiempo, tal como la hemos formulado, satisface las normas de claridad generalmente admitidas. Pero después de haber dicho esto, querría argumentar que podemos considerar nuestro uso de la noción contrafáctica de conectabilidad más como una conveniencia de la que se puede prescindir que como una necesidad. En vista de las dificultades que hemos señalado, esta postura es quizás algo atrevida y el lector concederá que el «status» de la teoría causal del tiempo no depende del éxito de este argumento.

Por decirlo sin ambages, la estructura de las conexiones físicas actuales no determina, por cuanto podemos ver, las relaciones espaciotemporales entre acontecimientos actuales —tal como se las suele concebir—. De modo que usamos una relación de conectabilidad para definir estas relaciones, después de haber establecido los adecuados postulados sobre la estructura relacional de la conectabilidad. Pero se conciben estos postulados, por ejemplo, para hacer que la estructura de las relaciones temporales, tal y como ha sido definida, sea isomorfa con el conjunto (ampliado) de los números reales. Mi propuesta es, por consiguiente, que consideremos que el uso de la relación de conectabilidad no tiene otro objetivo que el de describir espacio lógico en el que, afirmamos, se

pueden encajar todas las estructuras relacionales de las conexiones actuales. Esto quiere decir que pensamos que no se necesita la relación de conectabilidad para describir el mundo actual. Y significa también que los postulados de conectabilidad que establecemos expresan una creencia respecto a las conexiones actuales que podemos encontrar, y nada más.

De esta posición, si se la admite, se sigue que hemos proyectado nuestra construcción de la teoría del tiempo y del espacio más para suministrar un contenido intuitivo a sus nociones que para presentar un desarrollo teórico conciso. Pues desde este enfoque se puede resumir así la teoría causal del tiempo: en el espacio lógico se han de reflejar las conexiones físicas actuales, cualesquiera que éstas sean; hay una cierta estructura matemática tal que se pueden reflejar en ella de este modo cualesquiera conexiones físicas actuales; y nosotros escogemos esta estructura matemática como el espacio lógico *tiempo*. Los postulados de conectabilidad sólo han ayudado a seleccionar de una forma heurística la estructura matemática en cuestión.

Me resulta atractiva esta postura porque es más «conceptualista» que «realista» en la cuestión de la verdad de las afirmaciones contrafácticas, al menos tal como aparecen en la teoría del tiempo y del espacio.[21] Me parece que también armoniza más con la concepción del tiempo como espacio lógico, aunque la posición «realista» puede también dar cabida a esta concepción. Pero pienso también que la posición no es válida por sí misma, es decir, no lo es a menos que se pueda ampliar a una teoría sostenible de los contrafácticos en general.

1. GRÜNBAUM, A.: *Philosophical Problems of Space and Time*, *o.c.*, cap. 15.
2. REICHENBACH, H.: *Modern Philosophy of Science*, Routledge and Kegan Paul, Londres, 1959, cap. II. (Trad. cast. de A. C. Francoli: *Moderna Filosofía de la Ciencia*, Tecnos, Madrid, 1965.)
3. CARNAP, R.: *Abriss der Logistik*, Springer, Viena, 1929.
4. REICHENBACH, H.: *Axiomatik der relativischen Raum-Zeit-Lehre*, Vieweg, Braunschweig, 1924.
5. REICHENBACH, H.: *The Philosophy of Space and Time*, *o.c.*, p. 136.

6. Cf. REICHENBACH, *Axiomatik*, *o.c.*, p. 22.
7. REICHENBACH, *The Philosophy of Space and Time*, *o.c.*, p. 136 (subrayado suyo).
8. MEHLBERG, H.: «Essai sur la théorie causale du temps» en *Studia Philosophica*, I (1935), pp. 213-216; GRÜNBAUM, *o.c.*, pp. 180-185.
9. GRÜNBAUM, *o.c.*, pp. 193-197.
10. *Ibid.*, pp. 196-197.
11. GRÜNBAUM, A.: *Modern Science and Zeno's Paradoxes*, Wesleyan Univ. Press, Middletown, 1967, cap. II, sec. 2C, pp. 56-64, presenta la segunda formulación para el caso de un tiempo abierto. El doctor Grünbaum ofreció la formulación completa en un curso en 1965; cf. VAN FRAASSEN, B. C. *Foundations of the Causal Theory of Time* (tesis doctoral en filosofía, no publicada. Universidad de Pittsburgh, 1966, cap. I, sec. H2).
12. La exposición de este apartado tiene ciertas semejanzas con la teoría de Mehlberg; cf. MEHLBERG, *o.c.*; VAN FRAASSEN, *o.c.*, cap. I, sec. F, y los artículos recientes de MEHLBERG, «Space, Time and Relativity» en BAR-HILLEL, Y. (ed.): *Logic, Methodology and Philosophy of Science*, North-Holland, Amsterdam, 1965, y «Relativity and the Atom» en FEYERABEND, P. F.-MAXWELL, G. (eds.): *Mind, Matter and Method: Essays in Philosophy and Science in Honor of Herbert Feigl*, Univ. of Minnessota Press, Minneapolis, 1966.
13. En este párrafo respondo a una dificultad que me puso mi alumno Philip Kuekes.
14. E A. Milne afirma que es así, cf. MILNE, E. A.: *Kinematic Relativity*, Oxford Univ. Press, Oxford, Ingl., 1948; y WHITROW, G. J., *The Structure and Evolution of the Universe*, Harper & Row, Nueva York, 1959, pp. 129-135.
15. Cf. BOHM, D.: *The Special Theory of Relativity*, W. A. Benjamin, Nueva York, 1965, p. 26 y REICHENBACH, *The Philosophy of Space and Time*, *o.c.*, secs. 17-18.
16. Para un desarrollo riguroso de la teoría del espacio-tiempo de la relatividad especial véase TORNEBOHM, H.: *Concepts and Principles...*, *o.c.*
17. Cf. RUSSELL, B. «On Order in Time» en *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 32 (mayo, 1936), 216-228.
18. Una discusión algo más completa del enfoque «directo» se encuentra en VAN FRAASSEN, *o.c.*, cap. III, sec. B1.
19. *Ibid.*, cap. III, sec. C; cap. IV. sec. C. La teoría que ofrece CARNAP, *o.c.*, parte II, caps. D, G, parece incluir un postulado empírico potente.
20. QUINE, W. V. O.: *Word and Objete*, M.I.T. Press, Cambridge, Mass., 1960, p. 225. (Trad. cast. de M. Sacristán: *Palabra y Objeto*, Ed. Labor, Barcelona, 1968, p. 234.)
21. Para una posición conceptualista semejante sobre las modalidades físicas y lógicas (en un sentido que no incluye contrafácticos) véanse VAN FRAASSEN, B. C. «Meaning Relations and Modalities» en *NOUS* 3 (1969), pp. 155-167.

INDICE

PREFACIO 7

CAPÍTULO PRIMERO. CUESTIONES BASICAS DE LA FILOSOFIA DEL TIEMPO Y DEL ESPACIO 11

1. Relaciones y orden 11
2. El uso de coordenadas 13
3. Magnitud y métrica 14
4. El «status» de la entidad 15

CAPÍTULO II. LOS PROBLEMAS DE LA TEORIA DEL TIEMPO. DE ARISTOTELES A KANT 21

1. Cambio y duración: la teoría de Aristóteles 21
2. El tiempo y la posibilidad de la creación 27
3. Conexión causal y orden temporal 42

CAPÍTULO III. LOS PROBLEMAS DE LA TEORIA DEL TIEMPO. EL SIGLO XIX 75

1. La estructura topológica del tiempo 75
2. Los relojes y la métrica del tiempo 88
3. La anisotropía del tiempo 100
4. Lo que es el tiempo 116

CAPÍTULO IV. LOS PROBLEMAS CLASICOS DE LA TEORIA DEL ESPACIO 133

1. Las teorías absoluta y relacional del espacio 133
2. El desarrollo de la geometría moderna 142
3. La base física de las relaciones espaciales 156
4. La dimensionalidad del espacio 160

CAPÍTULO V. EL IMPACTO DE LA TEORIA DE LA RELATIVIDAD 169

1. La revolución en la teoría del tiempo y del espacio .. 169
2. El punto de vista clásico y las hipótesis de Lorentz .. 171
3. Einstein: la crítica de la simultaneidad 182
4. La duración en la teoría de la relatividad especial 188
5. Las transformaciones de Lorentz como una consecuencia de los supuestos de Einstein 195
6. Espacio-tiempo y los diagramas de Minkowski 201

CAPÍTULO VI. LA TEORIA CAUSAL DEL TIEMPO Y DEL ESPACIO-TIEMPO 205

1. La filosofía del tiempo y del espacio en el siglo XX . 205
2. La teoría causal del orden temporal de Reichenbach .. 207
3. La teoría causal del orden temporal de Grünbaum 215
4. Exposición sistemática de la teoría causal del orden temporal 219
5. Ampliación a una teoría del espacio-tiempo 225
6. El papel de los conceptos de idealización y de modelo .. 229